

高速流解析ソフトウェアAdvance/FOCUS-iの紹介

中森 一郎*

Overview of Advance/FOCUS-i

Ichiro Nakamori*

ここでは、Advance/FOCUS-i の基本機能について述べ、改良点と特徴を述べるとともにこれらを検証するための解析事例について解説する。

Keywords: 圧縮性流体、高速流、極超音速流、超音速流、遷音速流、爆轟波、燃焼流、火炎面モデル、高温気体効果、実在気体効果、低マッハ数流れ、preconditioning 法、dual-time stepping 法、気液二相流、気液二相均質媒体モデル、キャビテーション、キャビテーションクラウド、ポリヘドラル格子

1. はじめに

近年、水素/空気のデトネーション遷移（DDT）解析を数十メートル規模の体系に対して現実的な計算時間で実施できる手法が考案されてきた。なかでも、着火遅れ時間データベースに基づいた DDT モデルは、格子解像度への依存性が少ない wrinkling 火炎速度モデルやフラクタル火炎速度モデルと併用することにより、水素/空気 DDT 実験データを数時間から数日のオーダーで再現することが可能となりつつある。これらの手法を取り入れたシミュレーション結果について本論で述べる。また、本ソフトウェアで採用する密度ベースソルバーは、そのままでは低マッハ数流れに適用することは難しいが、低速流れに対しては、方程式の流束の残差項に現れる音速による数値粘性の効果を縮退させ、時間発展項に現れる質量保存式の行が不定となることを回避する preconditioning 法を採用し、低速流れにも対応可能とした。この改良により、ガス爆発のベースとなる可燃性気体の濃度拡散シミュレーション等の、マッハ数に換算して M~10 万分の 1 程度の低速流を扱えるようになった。さらに、同じ原理を非定常 RANS 解析や非定常気液二相流の解析にも応用するような改良が施された。また、計算格子

は snappyHexmesh によるポリドラル多面体格子に対応させたほか、従来通りの plot3d 形式の計算格子にも対応可能である。本稿では、種々の計算例とともに主だった機能を紹介する。

2. 支配方程式

基礎方程式として、運動方程式の他に、質量保存式とエネルギー保存式を含む、いわゆる圧縮性 Navier-Stokes (NS) 方程式を用い、次式のように表せる。

$$Q_t + E_x + F_y + G_z = 0 \quad (1)$$

ここで Q は解ベクトルであり、 E, F, G は対流項と粘性項による流束を表す。また、気相単相の質量、運動量、エネルギー方程式を扱う場合には $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)$ であり、気相単相のレイノルズ平均 Navier-Stokes (RANS) の場合には、 $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, \rho k, \rho \omega)$ である。水素拡散解析などの気相単相の多化学種の RANS を扱う場合には $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, \rho k, \rho \omega, \rho_i)$ とする。また、気相単相の高温気体効果を扱う場合には $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, e_v, \rho_i)$ であり、燃焼・爆轟の RANS を扱う場合には $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, \rho G, \rho k, \rho \omega, \rho \tau_{high}, \rho \tau_{low})$ である。ここで、 ρ は全密度、 u, v, w は速度成分を表し、 e は単位体積当たりの全エネルギーを表す。 G は既燃率であり、 τ は着火遅れ時間に達しているかどうかの指標パラメータである。また、 e_v は振動エネルギーを表し、高温気体反応流を扱う際にのみ考慮

*アドバンスソフト株式会社 CFD 研究開発センター
CFD Research and Development Center, AdvanceSoft Corporation

される。また、 ρ_i は化学種の密度を表し、高温気体反応流解析や燃焼流解析、濃度分布解析を扱う際に考慮される。 S は化学反応生成項とエネルギー緩和項、または気液二相流を扱う際のキャピテーションソース項を意味する。また、均質媒体モデルを用いた気液二相流を扱う際には $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e, \rho k, \rho \omega, \rho_{air}, \rho_{vapor})$ とする。この場合の ρ は気液混合の均質媒体密度を表す。Advance/FOCUS-i では、与えられた支配方程式を有限体積法により離散化し、種々の数値解法を適用する。

3. 低速流れの解析

密度ベースソルバーをベースにしたアルゴリズムは、そのままでは音速を遥かに下回る低速流れの解析には向いていない。低マッハ数流れのための前処理を施すことにより、定常流の解析にも非定常流の解析にも適用が可能となる。このため、支配方程式は次式のように与えられる実時間項に疑似時間項 $P_c^{-1}Q_\tau$ を付加した方程式を用いる。

$$Q_t + P_c^{-1}Q_\tau + E_x + F_y + G_z = 0 \quad (2)$$

P_c^{-1} は前処理行列と呼ばれ、疑似時間項が十分に小さくなるまで反復法で収束させることにより非定常解を得る。また、定常解を得る場合には実時間項を落とし、疑似時間項を残した次式を用いる。

$$P_c^{-1}Q_\tau + E_x + F_y + G_z = 0 \quad (3)$$

3.1. 低マッハ数域における定常 RANS シミュレーションの例

2次元定常 RANS の検証例を示す。迎角は 0 度とし、レイノルズ数は実験に合わせて $Re=9 \times 10^6$ とし、マッハ数 M を $M=0.1$ から 1×10^{-4} まで変化した場合の表面圧力分布を示している。実験は NACA0012 翼型周りの測定値である[1]。乱流モデルは $k-\omega$ SST モデル[7]を適用した。圧力分布の計算値は一樣流のマッハ数に依存せず互いにほぼ完全に一致し、実験値をほぼ再現することが確認できる。また、 $M=1 \times 10^{-4}$ は室温での代表速度が 3cm/s 程度であり、ほぼ非圧縮性流体と見なせる低速流れにも適用可能であることが分かる。

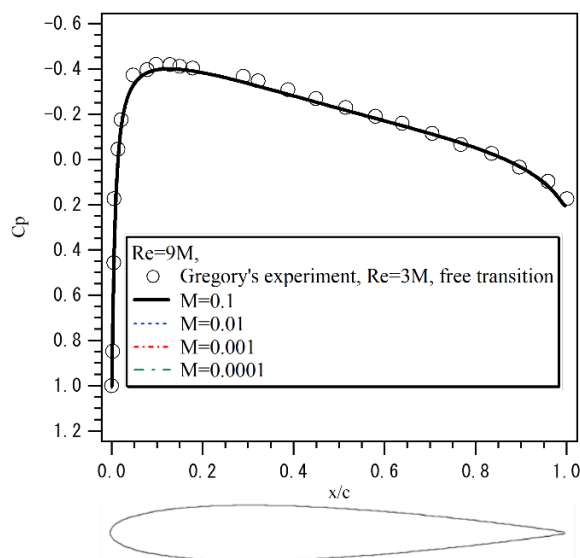


図 1 低マッハ数流れの定常 RANS による NACA0012 周りの圧力分布

3.2. 低マッハ数域における非定常水素拡散のシミュレーションの例

1 気圧で室温の空气中に水素が漏洩する場合の非定常拡散解析の例を示す。下側から 15.2cm×30.4cm の流入口から濃度 100%の水素が流入し、その流入速度は実験[2]に合わせて 2cm/s としている。これは水素の音速基準で換算すると、マッハ数 M が $M \sim 2 \times 10^{-6}$ に相当し、低マッハ数流れのための preconditioning が必要となる。また、実験[2]では天井と側壁にベントが2か所設けられており、それらのサイズもそれぞれが 15.2cm×30.4cm である。その出口の外側は空気で満たしており、本シミュレーションは解析対象の外側にも計算領域を設けた。こうすることにより、vent から水素が排気される際の圧力損失を含めて自然に流体解析ができ、流出境界条件に関わる煩雑さを回避することができる。また、物質拡散係数は Chapman-Enskog の定式化を用い、渦粘性による物質拡散で用いる渦粘性係数は $k-\omega$ SST 乱流モデル[7]により考慮した。

図 4 は実験値と本シミュレーションの比較であり、実験値は文献[2]に掲載の測定値から読み取った。また、実験では水素供給開始時刻は $t=60$ 秒である。VT02 の計測地点では約 300 秒後に水素濃度は準定常に達し、濃度は 5%程であることが実験では報告されており、本シミュレーションは

この現象を再現できた。VT03 は水素流入口の直上から外れているために VT02 程の非定常性は見られず、また、準定常と思われる時間帯で 5%濃度である。本シミュレーションは、ほぼ完全にその濃度分布の時系列を予測していることが分かる。また、VT04 については、側壁ベントから空気が流入してくることにより、水素濃度は最大で 1%であり、この地点の水素濃度挙動に関してもシミュレーションで再現可能であることが確認できた。

図 5 は中心断面内の水素濃度分布図であり、図中の数字は水素供給開始後の時刻である。これらの図から、約 20 秒経過後には天井ベントから水素が外部の領域に排気され、周囲の空気よりも軽い水素塊がさらに上方へ昇っていく様子が見てとれる。また、排気した体積量に見合う分の空気が側壁ベントから対象領域へ流入していることが分かる。

このようにして得られた水素濃度分布は、restart ファイルとして別途の燃焼解析の初期場として活用が可能である。また、本節では水素拡散を紹介したが、その他の可燃性ガスの拡散シミュレーションも可能である。なお、本ソフトウェアで採用する低マッハ数のための preconditioning を含む dual-time stepping アルゴリズムは、マッハ数が $M=0.1$ を下回る低速流から超音速流の範囲まで対応でき、また多化学種と非定常 RANS シミュレーションにも対応している。例えば、超音速で噴出するガスが減速し低マッハ数流れが主体となって浮力で以てゆっくりと上昇し拡散する現象をシームレスに扱うことができる。

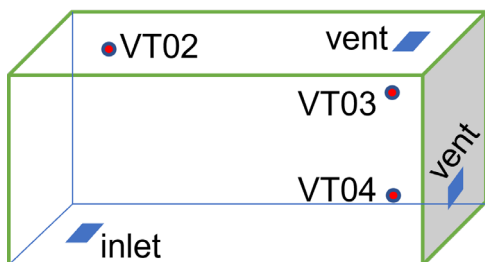
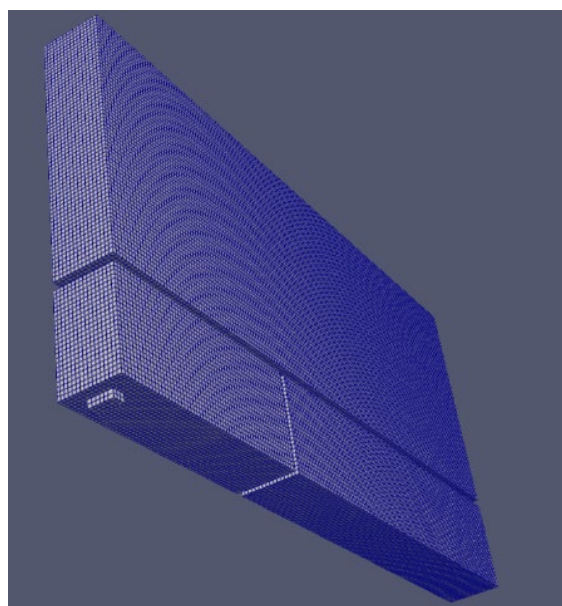
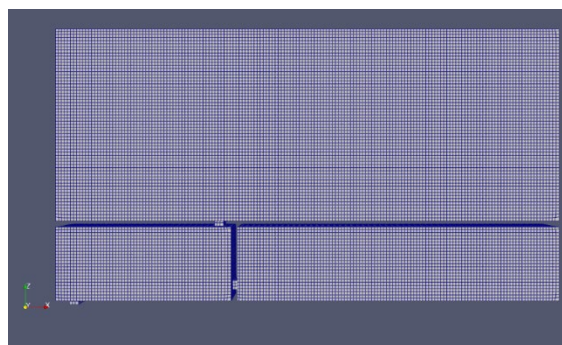


図 2 計算対象の模式図

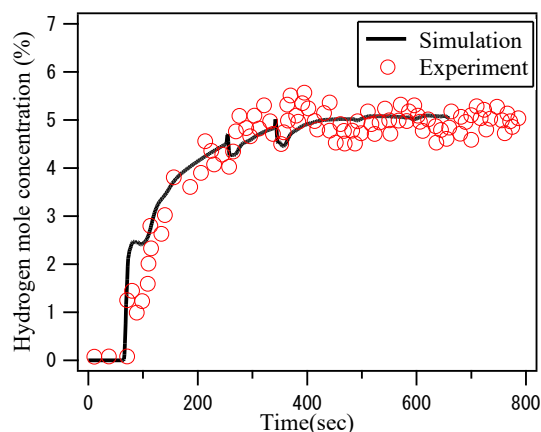


(a) 下方から見た解析領域の全景

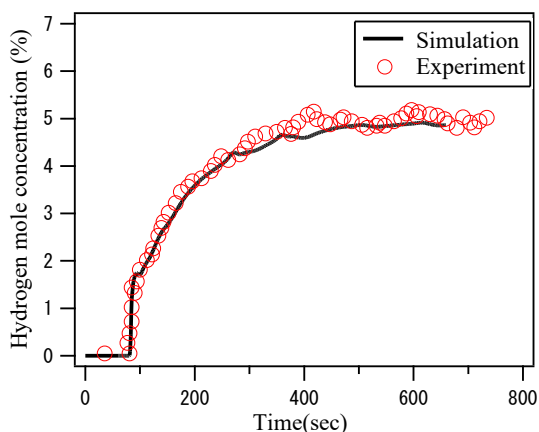


(b) 正面図

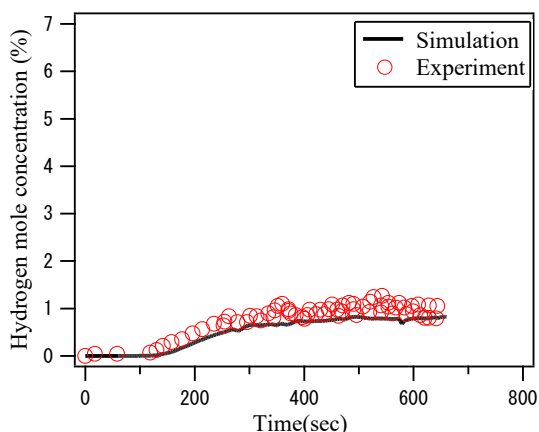
図 3 解析領域と計算格子（ベース格子の解像度は 5 cm、壁から遠方の解像度は 10cm）



(a) VT02 における実験値との比較



(b) VT03 における実験値との比較



(c) VT04 における実験値との比較

図 4 各地点における水素濃度の時間変化

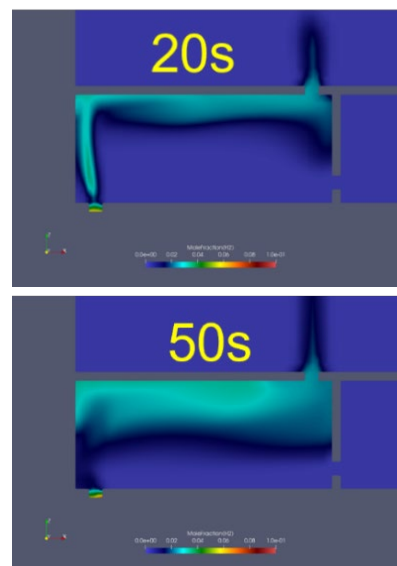


図 5 中心断面内における水素濃度の可視化

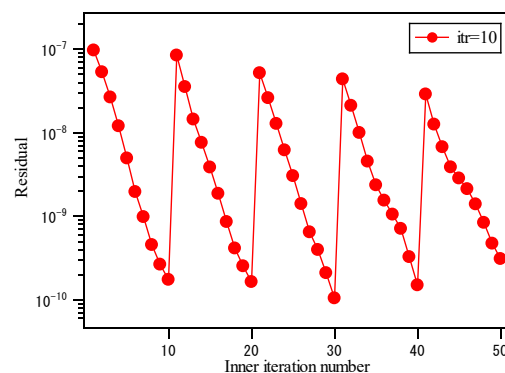


図 6 擬似時間項の収束履歴

本解析では、**dual-time stepping** 法を使用しており、実時間を 0.1 秒ずつ進めるごとに擬似時間項を反復法により収束させている。そのときの収束履歴図を図 6 に示す。擬似時間項を反復法で限りなく小さくするのが理想的であるが、実際の運用では、その反復数が 10 回程度で初期の擬似時間項が 2 桁～3 桁収束することにより、実時間項の時間精度を維持できることを確認している。

4. 高速流れの解析

4.1. 定常 Euler 流の検証例

他の計算コードと比較して同程度であることを確認することを目的として、2次元定常 Euler(非粘性圧縮性流れ) 計算の検証例を示す。対象は NACA0012 翼型周りの遷音速流であり、迎角 1.25 度、マッハ数 0.8 である。計算格子は翼弦長の 150

倍遠方までを領域とし、異なる要素数で解析を実施し（図 7）、表面圧力分布とコンターは図 8 のように得られた。揚力係数と抗力係数を他のシミュレーションコード[3]と比較すると、コード間でバラつきはあるものの、有効数字 2 桁程度まで同一であることが確認できた。

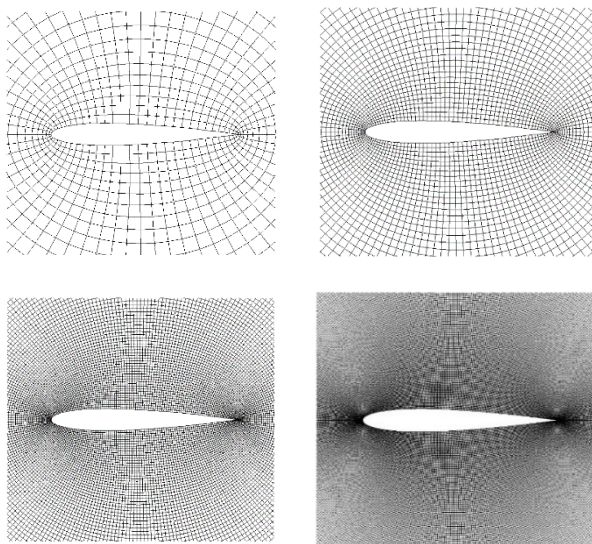
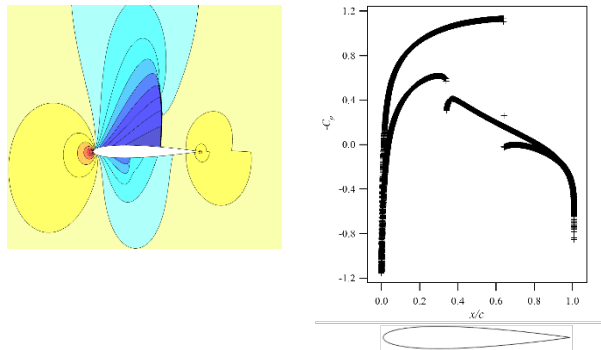


図 7 使用した計算格子の例



密度コンター 表面圧力分布

図 8 密度と圧力分布図

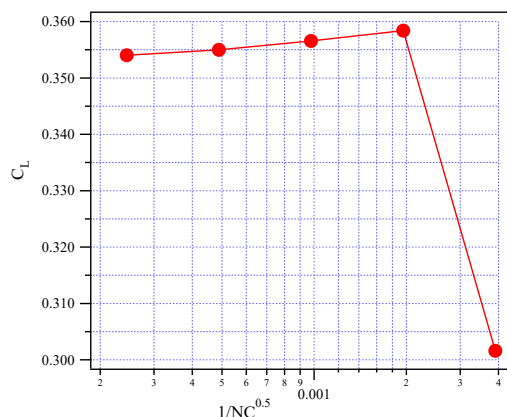


図 9 空力係数の格子依存性

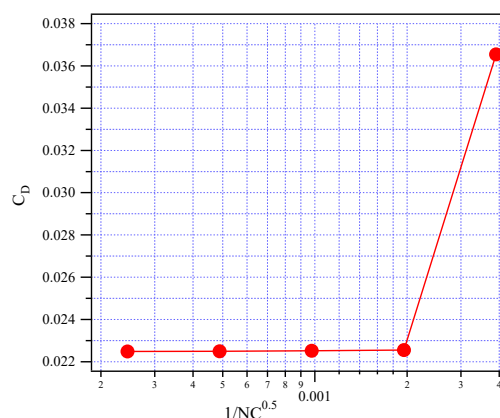


図 10 空力係数の格子依存性

表 1 種々の解析コードと空力係数一覧

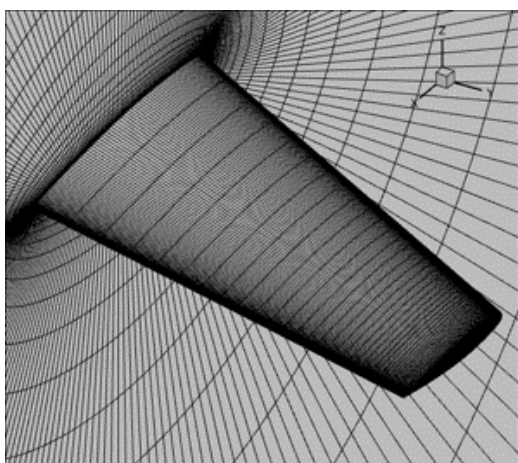
コード名	揚力係数	抗力係数
Advance/FOCUS-i	0.355401370	0.022496641
FLO82	0.356208937	0.022684938
OVERFLOW v2 lt	0.351662793	0.022453440
CFL3Dv6	0.348226045	0.022501430
CFL3Dv6 + Vortex	0.351596613	0.022674853

4.2. 定常 RANS シミュレーションの例

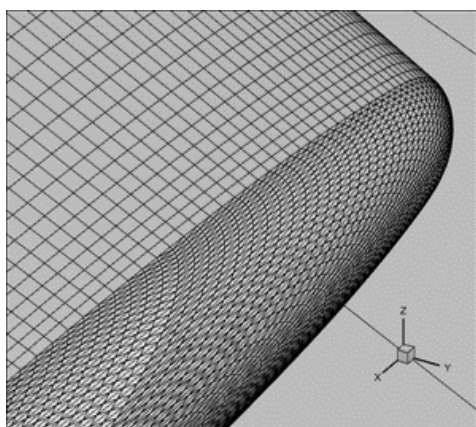
3 次元定常 RANS の検証例を示す。対象としたのは ONERA M6 Wing 周りの遷音速流であり[5]、迎角 $\alpha=3.06$ 度とし、レイノルズ数は $Re=11.76 \times 10^6$ 、マッハ数 M は $M=0.84$ とした。下図のようにヘキサ格子とプリズム格子の複合メッシュを作成し、107 万 5200 要素数を用いて解析を実施した。RANS による渦粘性は $k-\omega$ SST 乱流モデルにより考慮した。

スパン方向における翼端位置を $\eta = 1$ として正規化し、 $\eta = 0.2, 0.65, 0.96$ における圧力分布について実験と比較している。翼端の $\eta = 0.2, 0.65, 0.96$ では衝撃波による圧力上昇が 1 回生じ、翼の中央と胴体近傍では衝撃波が 2 回生じ、 λ 型の衝撃波が形成され、どの位置においても実験値と良く一致しているのが見てとれる。

表 2 はこの解析で用いた要素数と、その要素数での揚力係数値である。実験の揚力係数は $CL=0.258$ 、Fine メッシュで $CL=0.269$ であり、誤差は 4% 程度であった。



(a) ONERA M6 wing 周りの概観図



(b) 翼端のクローズアップ

図 11 ONERA M6 wing 周りの計算格子

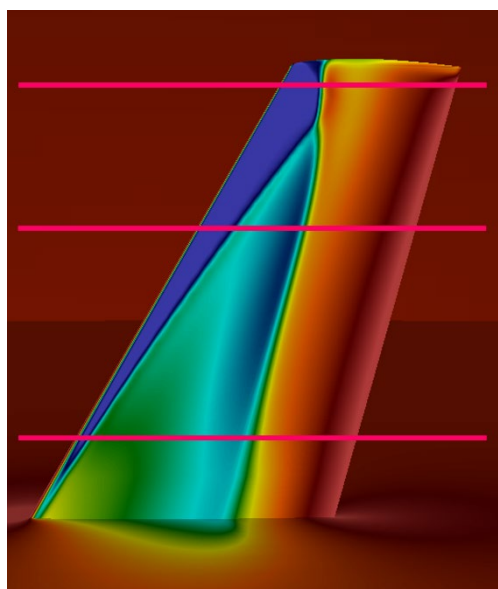
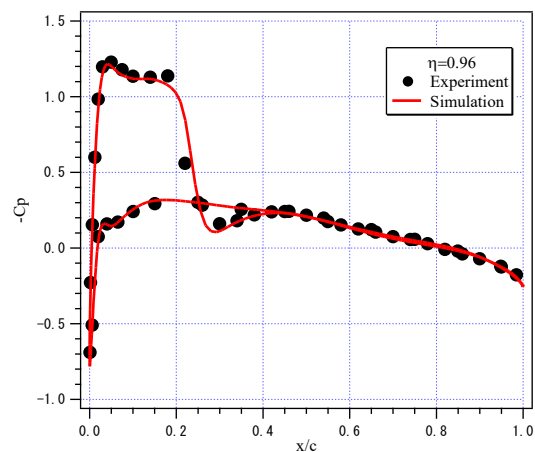


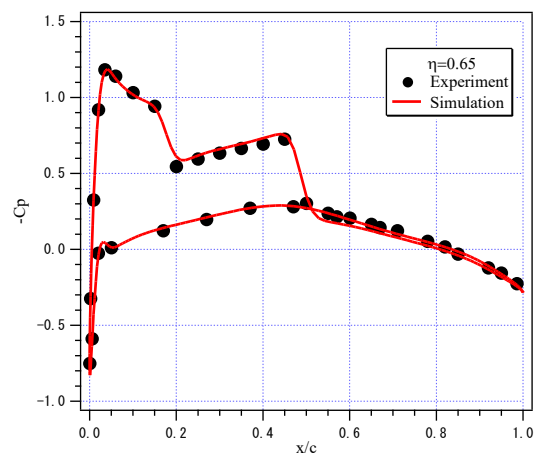
図 12 ONERA M6 wing 表面の圧力コンターと圧力分布サンプリング位置 (図の下方から順に $\eta = 0.2$, $\eta = 0.65$, $\eta = 0.96$ の位置を示す)

表 2 計算要素数と揚力係数

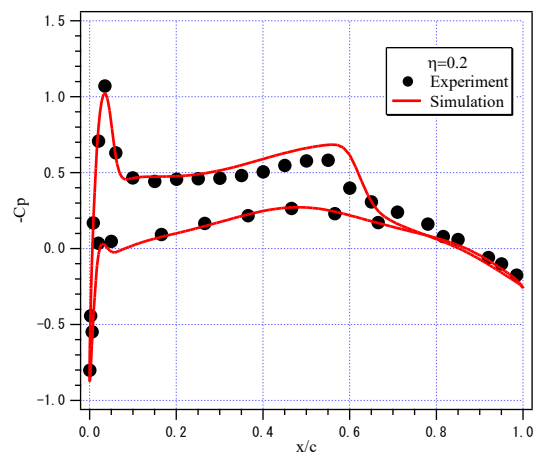
要素数 N	揚力係数 C_L
84,000	0.2540
403,200	0.2653
1,075,200	0.2693



$\eta = 0.96$



$\eta = 0.65$



$\eta = 0.2$

図 13 ONERA M6 wing 表面の圧力分布

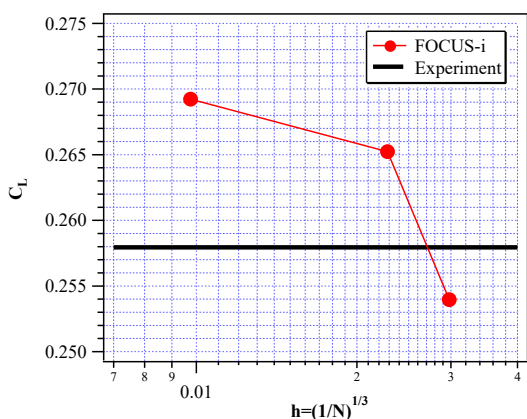


図 14 揚力係数と計算要素数の関係

4.3. 極超音速流の空力加熱の解析例

ここでは2次元円柱周りの極超音速粘性流で検証計算を実施した。流れの諸条件は、一様流マッハ数 8.1(流速 1296.1m/s)、一様流温度 63.73K、一様流圧力 370.6Pa であり、円柱の半径は 20mm とした[6]。物体温度が 300K の等温壁条件を課しプラントル数 $Pr=0.71$ とすれば、Fay-Riddell[8]の予測式を用いて推定される澱み点の空力加熱率は 0.173MW/m^2 であった。この検証計算に対して2種類の計算格子で解析を実施した。1 つ目は物体表面が 320 分割で物体と流入境界の間が 160 分割 (320x160)の四角形要素、もう一方では要素数が約 51,000 要素の3角形と4角形の複合格子とした(図 15)。また、両タイプとも物体近傍の最小格子幅は円柱の直径の 1×10^{-5} 倍とした。時間積分には LU-SGS を使い、 $CFL=500$ で計算を実施した。SF2 を併用する場合は、2 種類のいずれの計算格子を用いた場合でも数値解は Fay-Riddell の解析解の 0.173MW/m^2 に近く、双方の間の相違は 3% 以内であった。

4.4. 極超音速流における高温気体反応の解析例

マッハ数が 5 以上の流れは極超音速流と呼ばれ、移動速度が 7km 毎秒程になる大気圏再突入時には、気体が乖離し、通常はエネルギー方程式において考慮する必要がない振動モードのエネルギーを、並進モードのエネルギーと併せて考慮する必要がある。このように極端に速い流れに日常で遭遇することはほぼなく、その特殊性から Advance/FOCUS-i の標準機能には搭載されていない。

このため、ここでは機能について書き留める。詳細はアドバンスシミュレーション 2020 年 9 月号(Vol. 28)をご覧頂きたい。具体的な手法としては、各化学種のエンタルピー、粘性係数、拡散係数、熱伝導係数に対して温度依存性を扱うこととし、支配方程式は理想気体で述べた構成に幾つかの生成項を加味した方程式とし、化学種の連続の式、運動方程式、全エネルギー式を用いる。また、高温気体反応項の予測精度を向上させることを目的として振動モードのエネルギーを括りだし、振動モードの温度 T_v と電子励起モードの温度 T_e を等しく T_v とし、振動エネルギー e_v の方程式を追加して解く。扱う化学種は Blottner[10]の7化学種モデルを用い、反応速度には Dunn-Kang[11]の定式化を用いた。また、反応に使用する温度は Park[12]のガイドラインに従って並進温度 T と振動温度 T_v の両者を適宜使用している。種々のエネルギー緩和項については Gnoffo ら[9]の文献等を参照したので割愛する。

実機試験との比較検証例のみを示す。対象とするのは OREX 形状についてであり、高度 90km で表面熱流束の値が公開されている課題[14]とした。計算条件は表 3 と表 4 にまとめている。先述の地上試験の場合とは違い、一様流の条件は単純であるため設定上の曖昧さがほぼない条件と考えている。また、移動速度が 7450m/s であることに加え、周囲の圧力が低く希薄であるため、並進温度と振動温度が大きく乖離し、2 温度モデルを用いる重要性が増す計算ケースと考えられる。シミュレーションでは、並進温度は物体表面から 10cm 離れた箇所まで 27,000K に達するが、振動温度は物体表面から 4cm の箇所で 9090K にしか到達しないことが分かる。また、希薄気体であることと高温であることによる分子粘性拡散の効果が比較的に目立ち、衝撃波は有意な幅で以って捕らえられるのがこのケースの特徴である。また、表面熱流束の分布図を図 20 に示しており、澱み点で極大値となり、 $y=0.8\text{m}$ 近傍で熱流束の下がり方が緩やかになるのは物体表面が鍾状に変化するためである。澱み点での熱流束の測定値[14]との一致は良好であることを確認した。

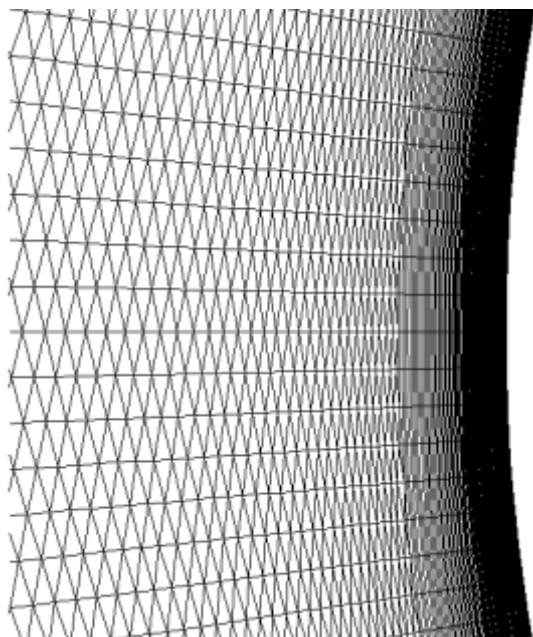


図 15 3 角形要素と 4 角形要素の混合格子
(澱み点近傍の拡大図)

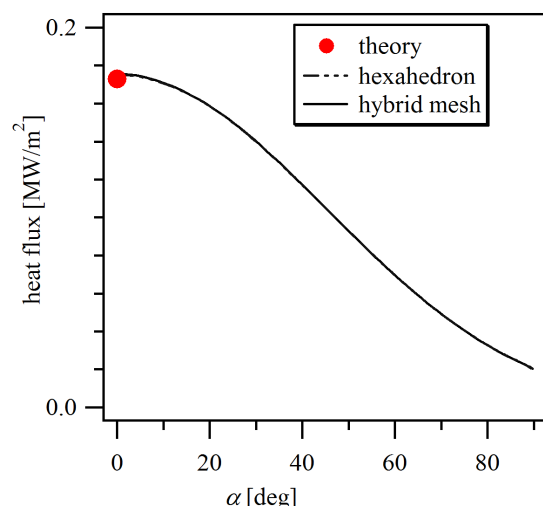


図 17 空力加熱率分布（格子形状にあまり依存せず空力加熱率を予測可能）

表 3 一様流の条件

速度[m/s]	7450
温度[K]	186.9
圧力[Pa]	0.169
表面温度[K]	540

表 4 一様流の化学種の質量分率

化学種	質量分率
O ₂	0.79
N ₂	0.21

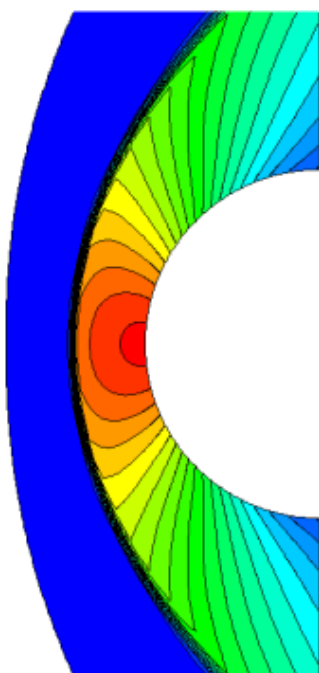


図 16 マッハ 8.1 の極超音速流れの圧力コンター

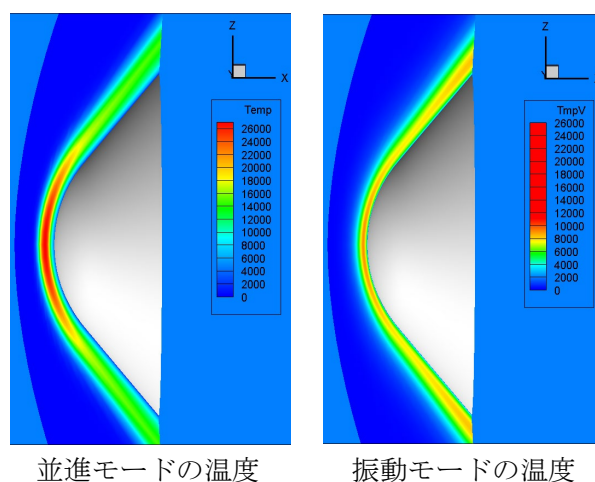
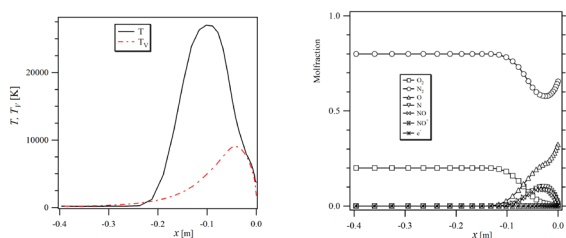


図 18 OREX 形状周りの中心断面上の並進/振動
温度



並進モード温度と
振動モード温度
化学種の質量分率

図 19 澱み流線上の種々の分布図

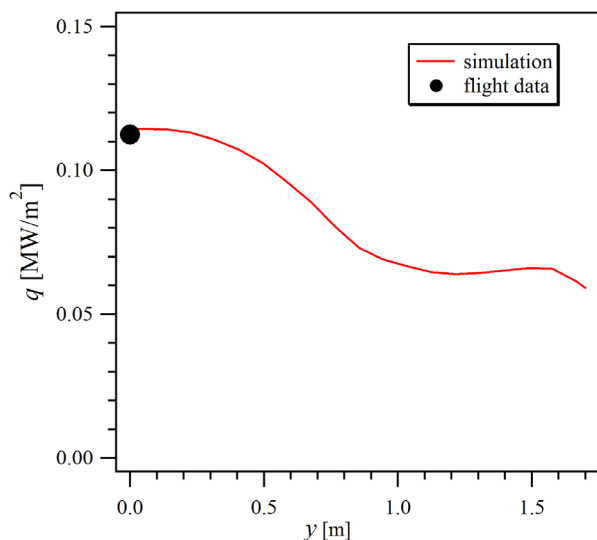


図 20 中心断面上における表面熱流束分布の比較

4.5. 爆轟火炎のシミュレーション例

本設では、RUT 試験[15]で得られた DDT 試験結果との比較例を示す。常温、常圧下の空気に対して水素 14%濃度で一様な濃度分布を初期値としている。また、実際に配置された障害物は、奥行き方向に一部が欠けていたりするなど 3 次元的な形状をしているが、ここでは簡単化して奥行き方向には隙間のない配置としている。格子スケールは、長手方向に 0.2m、鉛直方向に 0.1m、奥行き方向に 0.25m とした。結果として、用いた計算要素数は 92,000 個に抑えられており、数十メートル規模の対象を扱うには比較的少ない要素数となっている。本シミュレーションでは、粗い格子でもデトネーションに至る火炎加速を再現できるように乱流燃焼速度[18]とフラクタルモデルを取り入れる工夫がなされている[19]。図 21 は RUT 施設内部を模擬した計算領域であり、図 22 は RUT22 試験を対象とした解析例である。図の下

目盛はメートル単位である。5 つ目の障害物を過ぎるときに爆轟波へ遷移しているのが見て取れ、着火から 20m 程燃焼面が伝播してから起爆している様子が再現できていることが分かる。この解析に関連して、実験値との比較を図 23 に示す。横軸が時刻、縦軸が燃焼波面位置である。シミュレーションの値は、途中から勾配が急激に変化し、その後一定となることが分かる。また、実験値から読み取れる勾配（爆轟速度）とよく一致している。DDT モデルでは、着火遅れ時間に到達した計算セルに存在する燃料が、そのタイムステップで瞬時にどのくらいの割合で消費されるのかについては幾つかのモデリング手法が考えられるが、Ettner[16]のモデリングが適切に動作していることがうかがえる。本節では乱流燃焼速度とフラクタルモデルと Ettner の DDT モデルを適用した検証例を掲載したが、wrinkling モデルによる火炎加速モデリング手法に関する検証を別途進めている[20]。

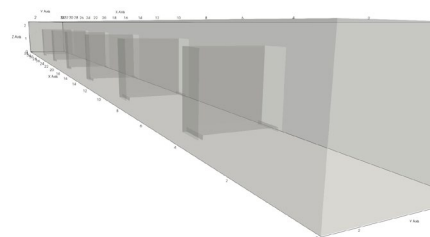


図 21 RUT 施設内を模した計算領域

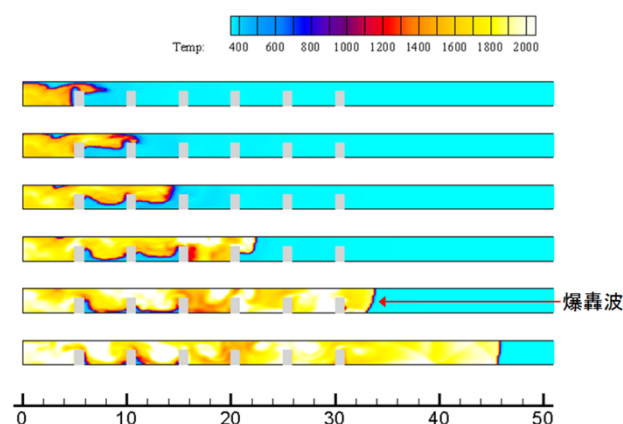


図 22 温度コンターの時系列(RUT22、図中の目盛の単位はメートル)

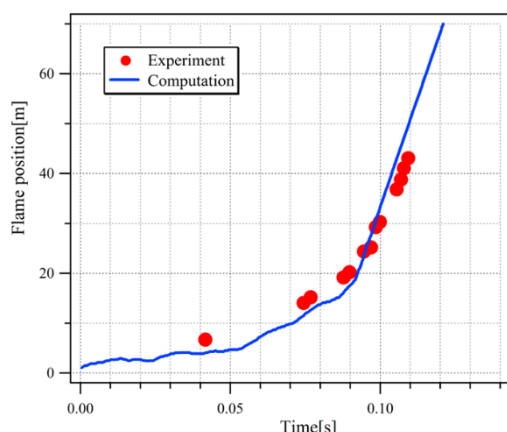


図 23 燃焼波の位置に関する実験との比較

4.6. 気液二相流における物体周りのキャビテーション流の検証例

本ソフトウェアでベースとしている密度ベースソルバーにおいて均質媒体モデルを用いることにより、気液二相流への拡張が可能である[21]。ここでは、キャビテーション解析に関して古くから検証例として取りあげられてきた Rouse-McNown[22]の実験を対象とした解析例を示す。支配方程式には気相質量と乱流変数を含め、均質媒体モデルの密度、運動量、エネルギーを扱い、RANS 方程式による時間平均解として数値解を求めている。キャビテーション係数 $\sigma=0.3$ の場合を示しており、圧力係数 C_p が 0.3 を下回る負圧面では低圧沸騰が生じ、表面圧力は飽和蒸気圧の値でほぼ一定となるのが見てとれる。また、実験値の予測も良好であるのが確認できる。

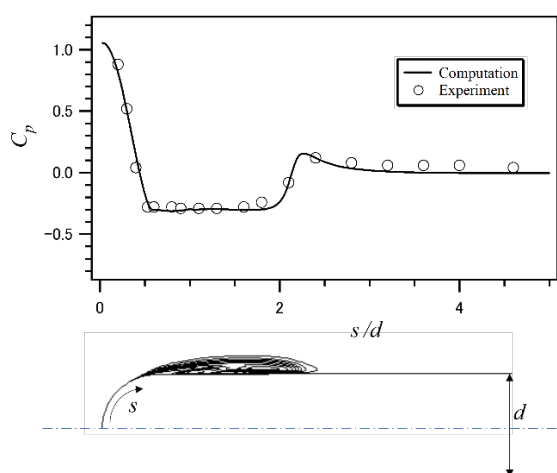


図 24 キャビテーション発生の様子と、実験による表面圧力との比較

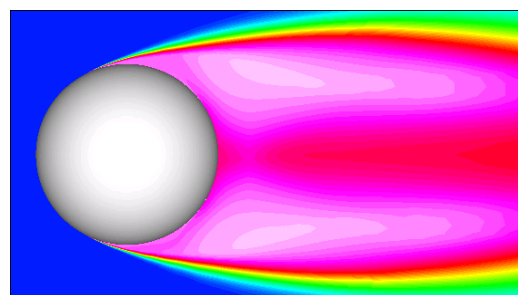


図 25 物体周りのスーパーキャビテーション状態の解析例（ボイド率分布）

キャビテーション係数がさらに下がると、物体の殆どがキャビテーションに覆われるスーパーキャビテーション状態となる（図 25）。この時、物体に接する流体の大部分が気相であるため摩擦抵抗が大幅に減少し、水中の運動性能が左右される。このような状態をシミュレーションすることが可能である。

また、気液二相流の特殊性として、気相中（水蒸気）の圧力伝播速度は約 440m/s 程度であるのに対して、水中の音速は約 1500m/s である。また、気泡が混入したクラウド内の巨視的な伝播速度は数メートル毎秒までに低下し、音速の振れ幅が大きいことが挙げられる。したがって、バルク速度を音速で除したマッハ数で見ると、計算領域内には液相 100%の低マッハ数の領域が存在し、気相と液相が混合したクラウド内では高マッハ数の領域も同時に存在する。つまり、流れ場には密度がほぼ変化しない非圧縮性流体と見なせる領域から圧縮性が顕著に現れる領域が同時に存在することになり、これらいずれの領域に対しても正確で安定に解くことができる解法が望ましい。この状況に対して、本手法で使用している dual-time-stepping 解法と低マッハ数流れのための preconditioning 法が有効に機能すると考えられる。

4.7. 水中における単一気泡の崩壊と壁面での撃圧解析例

壁面の近傍で単一気泡が収縮すると、壁面側からの流れが誘起されないため気泡の形状は歪み、崩壊することが知られている。その際に、気泡の中心を水流が貫通して壁面に衝突し、瞬間的に大きな静圧が生じる。この現象が無数の気泡によっ

て引き起こされ、物体表面上のキャビテーション壊食に繋がる。本ソフトウェアでは、支配方程式の解ベクトルとして密度、運動量、エネルギー、気相質量を扱うことにより、単一気泡に関わるこのような崩壊挙動と壁面での圧力応答解析が可能である。図 26 は水中に置かれた半径 1mm の気泡が壁面近傍で崩壊する様子を、その中心断面内の気相体積率で可視化した図である。図 27 はその際の壁面上の最大圧力の時系列変化である。図 27 から約 1 マイクロ秒の間に 150 気圧の力が壁面に作用していることが分かる。このように気液二相流のマイクロ現象をつぶさに解析し、統計的な性質を準備してマクロなキャビテーション解析と結びつけることにより、単にクラウドキャビテーション発生挙動をシミュレーションするのみならず、物体表面における損傷予測が或る程度可能であろう。

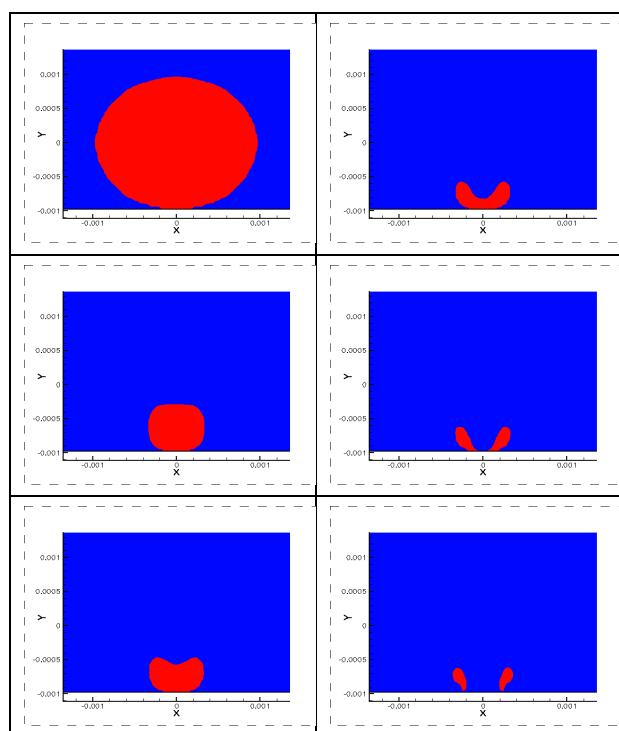


図 26 単一気泡崩壊のシミュレーション例

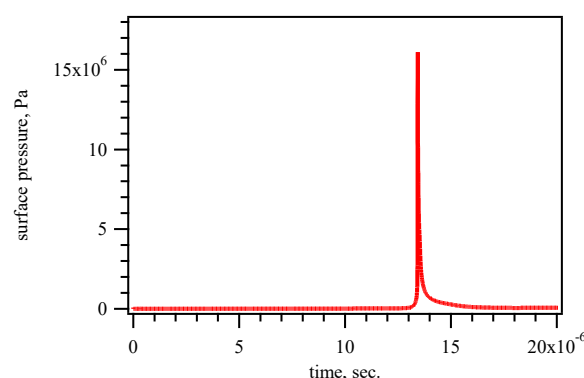


図 27 気泡崩壊に伴う壁面上の衝撃圧の時系列

5. おわりに

本稿では、低マッハ数から極超音速流まで幅広く適用が可能な Advance/FOCUS-i について説明し、関連する解析として、低速流れの解析例、物質拡散現象として水素漏洩拡散解析例、高速流れの種々の解析例、燃焼/爆轟の解析例、ならびに気液二相流の解析例として低圧沸騰を伴うキャビテーション解析例と単一気泡崩壊の解析例について説明した。

参考文献

- [1] Gregory, N. and O'Reilly, C. L., "Low-Speed Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Aerofoil Sections, Including the Effects of Upper-Surface Roughness Simulation Hoar Frost," R&M 3726, Jan 1970).
- [2] 「室内における漏洩水素の拡散に関する実験的研究」, 井上 雅弘, 月川 久義, 金山 寛, 松浦 一雄, 水素エネルギーシステム Vol.33, No.4, 2008.
- [3] Vassberg J. C. and Jameson A., "In Pursuit of Grid Convergence for Two-Dimensional Euler Solutions," Journal of Aircraft, Vol. 47, No. 4, July–August 2010.
- [4] Liou, M. S., "A Sequel to AUSM: AUSM⁺," J. Comput. Phys., Vol. 129, 1996, pp. 364- 382.
- [5] https://turbmodels.larc.nasa.gov/onerawingnumerics_val_sa.html.
- [6] 中森 一郎, "AUSMV 型式解法の改良と数値不安定の回避について" 第 32 回数値流体力学シンポジウム講演論文集(CD-ROM, 2018).

- [7] Menter, F. R., “Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications,” AIAA Journal Vol.32(8), pp. 1598–1605, 1994.
- [8] Fay, J. A. and Riddell, F. R., “Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air,” Journal of the Aerospace Sciences, Vol. 25, No. 2, pp. 73-85, 1958.
- [9] Gnoffo, P. A., Gupta, R. N., and Shinn, J. L., “Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium,” NASA-TP-2867, February 1989.
- [10] Blottner, F. G., “Nonequilibrium Laminar Boundary Flow of Ionized Air,” AIAA J., Vol. 2, No. 11, Nov. 1964, pp. 1921-1927.
- [11] Dunn, M. G. and Kang, S.-W., “Theoretical and Experimental Studies of Reentry Plasmas,” NASA CR-2232, 1973.
- [12] Park, C., “Assessment of Two-Temperature Kinetic Model for Ionizing Air,” AIAA-87-1574, June 1987.
- [13] Park, C., “Problems of Rate Chemistry in the Flight Regimes of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles. *Thermal Design of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles*,” Nelson, H. F. ed., Volume 96 of Progress in Astronautics and Aeronautics, American Inst. Of Aeronautics and Astronautics, Inc. c. 1985, pp. 511-537.
- [14] 航空宇宙技術研究所特別資料, SP-29, 1996.
- [15] Dorofeev S. B., Sidorov V. P., Dvoinishnikov A. E., and Breitung W., “Deflagration to Detonation Transition in Large Confined Volume of Lean Hydrogen-air Mixtures,” Combustion and Flame, Vol. 104, Issues 1-2, Jan 1996, pp. 95-110.
- [16] Ettner, F, Effiziente, Numerische Simulation des Deflagrations-Detonations, Übergangs [Ph.D. thesis], TU München, 2013.
- [17] Hasslberger, J., Lorenz, R. B., and Sattelmayer, T., “Numerical Simulation of Deflagration-to-Detonation Transition in Large Confined Volumes,” J. Loss Prevention in the Process Industries, Vol. 36, 2015, pp. 371-379.
- [18] Zimont, V., Polifke, W., Bettelini, M., and Weisenstein, W., “An Efficient Computational Model for Premixed Turbulent Combustion at High Reynolds Numbers Based on a Turbulent Flame Speed Closure,” Trans. ASME, Vol. 120, 1998, pp. 526-532.
- [19] 中森 一郎, 桐原 亮平, “爆轟遷移モデルを用いた密閉空間内の燃焼計算,” 第 61 回航空原動機・宇宙推進講演会(2022).
- [20] 中森 一郎, 富塚 孝之, 高橋 淳郎, 大西 史倫, 小玉 貴司, 玉内 義一, 佐藤 直弥, 坪井 伸幸, 林 光一, “再処理工場の重大事故に係る重要現象に関する評価手法の高度化：火炎面モデルに係る燃焼速度モデルと起爆項モデルを用いた実スケール施設内での爆轟遷移の予測性能の検証,” 日本原子力学会 2023 春の年会.
- [21] Saito Y., Takami R, Nakamori, I., Ikohagi T., “Numerical Analysis of Unsteady Behavior of Cloud Cavitation around a NACA0015 Foil,” Comput. Mech (2007) Vol. 40, pp. 85–96.
- [22] Rouse, H. and McNown, J. S., “Cavitation and Pressure Distribution, Head Forms at Zero Angle of Yaw,” Stud Eng Bull 32(State of University of Iowa, 1948).

※ 技術情報誌アドバンスシミュレーションは、アドバンスソフト株式会社 ホームページのシミュレーション図書館から、PDF ファイル（カラー版）がダウンロードできます。（ダウンロードしていただくには、アドバンス/シミュレーションフォーラム会員登録が必要です。）