

気液二相流解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/MP : 固気液混相流解析手法と計算事例

杉中 隆史* 波田地 洋隆** 三橋 利玄*

Solid-Gas-Liquid Multiphase flow Analysis Method and Calculation Examples

Takafumi Suginaka*, Hirotaka Hadachi** and Toshiharu Mitsuhashi*

Advance/FrontFlow/MP は沸騰・蒸発・凝縮などの相変化を含め気液二相流の流動・伝熱特性を二流体モデルで解析する非構造格子系三次元熱流動解析ソフトウェアである。本稿では、Advance/FrontFlow/MP に新たに実装した高濃度固気液混相流解析機能を紹介する。

Keywords: 高濃度固気液混相流、三相流、二相流、二流体モデル、ドリフトフラックスモデル、流動層

1. はじめに

固体粒子を充填した容器の底から流体を上向きに流し、流量を大きくしていくと固体粒子が浮遊し流体のような挙動をする流動層（流動床）や、固体粒子を気流で輸送する空気輸送などでは、固体粒子が高濃度であるため、固体粒子同士や固体粒子と壁との衝突頻度が高くその影響は大きい。

本稿では、固体粒子同士や固体粒子と壁との衝突の影響を考慮して、固気二相流、固液二相流および固気液三相流の熱流動を解析できるように Advance/FrontFlow/MP に実装した解析モデルを紹介する。

2. 高濃度二相流モデル

2.1. 基礎方程式

固体粒子が高濃度な場合の固気二相流および固液二相流を解析できるように、Advance/FrontFlow/MP に導入した基礎方程式について説明する。以下に示す流体は気体でも液体でもよい。

*アドバンスソフト株式会社 熱流動エンジニアリングセンター

Thermal Hydraulics Engineering Center, AdvanceSoft Corporation

**アドバンスソフト株式会社 第4事業部

4th Computational Science and Engineering Group, AdvanceSoft Corporation

①流体の質量保存式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \alpha_f) + \nabla \cdot (\rho_f \alpha_f \vec{v}_f) = -\dot{m} \quad (1)$$

ここで、

- ρ_f : 流体の密度
- α_f : 流体の体積割合
- \vec{v}_f : 流体の速度
- \dot{m} : 質量移動率（流体から固体粒子へ相変化する方向をプラスとする）

②流体の運動量保存式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \alpha_f \vec{v}_f) + \nabla \cdot (\rho_f \alpha_f \vec{v}_f \vec{v}_f) = \\ -\alpha_f \nabla p - \nabla \cdot (\alpha_f \bar{\tau}_l) - \nabla \cdot (\alpha_f \overline{\tau}_f^T) \\ + \beta(\vec{v}_s - \vec{v}_f) - \overline{F}_{wf} - \rho_f \alpha_f \vec{g} - \dot{m} \vec{v}_f \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、

- p : 各相で共通の圧力
- $\bar{\tau}_l$: 流体のせん断応力
- $\overline{\tau}_f^T$: 流体の運動量の乱流フラックス
- β : 流体と固体粒子間の運動量交換係数
- \overline{F}_{wf} : 流体の壁面間の単位体積当たりの摩擦力
- \vec{g} : 重力加速度

③流体のエネルギー保存式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \alpha_f h_f) + \nabla \cdot (\rho_f \alpha_f h_f \vec{v}_f) = -\nabla \cdot (\alpha_f \vec{q}_f) - \nabla \cdot (\alpha_f \vec{q}_f^T) + \alpha_f \frac{Dp}{Dt} + Q_i + Q_{wf} - \dot{m} h_f \quad (3)$$

ここで、

- h_f : 流体のエンタルピー
- \vec{q}_f : 流体の熱流束
- \vec{q}_f^T : 流体の乱流による熱流束
- Q_i : 流体と固体粒子間の単位体積単位時間当たりの伝熱量
- Q_{wf} : 流体と壁面間の単位体積単位時間当たりの伝熱量

④固体粒子群（固相）の質量保存式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s) + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s \vec{v}_s) = \dot{m} \quad (4)$$

ここで、

- ρ_s : 固体粒子の密度
- α_s : 固体粒子群の体積割合
($\alpha_f + \alpha_s = 1$)
- \vec{v}_s : 固体粒子の速度

⑤固体粒子群（固相）の運動量保存式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = -\alpha_s \nabla p - \nabla p_s - \nabla \cdot (\alpha_s \vec{\tau}_s) - \nabla \cdot (\alpha_s \vec{\tau}_s^T) + \beta(\vec{v}_f - \vec{v}_s) - \vec{F}_{ws} - \rho_s \alpha_s \vec{g} + \dot{m} \vec{v}_s \quad (5)$$

$$\vec{\tau}_s = \mu_s \nabla \vec{v}_s + \left(\lambda_s - \frac{2}{3} \mu_s \right) (\nabla \cdot \vec{v}_s) \vec{I} \quad (6)$$

$$\vec{\tau}_s^T = \mu_s \nabla \vec{v}_s^T \quad (7)$$

ここで、

- $\vec{\tau}_s$: 固相粒子のせん断応力（固体粒子間の衝突・運動・摩擦の効果を含む）
- $\vec{\tau}_s^T$: 固体粒子の運動量の乱流フラックス
- p : 全相で共通の圧力
- p_s : 固体圧力（固体粒子の衝突の効果を固体圧力として表現する）
- \vec{F}_{ws} : 固体粒子の壁面摩擦力

⑥固体粒子群（固相）のエネルギー保存式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s h_s) + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s h_s \vec{v}_s) = -\nabla \cdot (\alpha_s \vec{q}_s) - \nabla \cdot (\alpha_s \vec{q}_s^T) - Q_i + Q_{ws} + \dot{m} h_s \quad (8)$$

ここで、

- h_s : 固体粒子のエンタルピー
- \vec{q}_s : 固体粒子の熱流束
- Q_{ws} : 固体粒子と壁面間の単位体積単位時間当たりの伝熱量

⑦グラニュラーエネルギー保存式（固体粒子変動エネルギーの保存式）

グラニュラー温度 θ を固体粒子変動速度 \vec{v}_s' より次のように定義する。

$$\theta = \frac{1}{3} \langle \vec{v}_s' \cdot \vec{v}_s' \rangle \quad (9)$$

$\langle \rangle$ は平均操作を意味する。粒子同士の衝突や接触を考慮したグラニュラーエネルギーのバランスより、グラニュラーエネルギー保存式は以下のように表す^[1]。

$$\frac{3}{2} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s \theta) + \nabla \cdot (\rho_s \alpha_s \theta \vec{v}_s) \right] = (-p_s \vec{I} + \vec{\tau}_s) : \nabla \vec{v}_s + \nabla \cdot (k_s \nabla \theta) - \gamma_s - \phi_s \quad (10)$$

ここで、

- k_s : 固体粒子変動エネルギーの拡散係数
- γ_s : 固体粒子同士の非弾性衝突によるエネルギーの散逸
- ϕ_s : 固体粒子の変動速度を通じた流体の変動力によるエネルギーの散逸あるいは生成
- β : 流体と固体粒子間の相関係数

2.2. 構成方程式

二流体モデルを使用するため、格子サイズより小さい質量、運動量、エネルギーの相間移動量については格子サイズの変数で表現する構成方程式が必要になる。

Advance/FrontFlow/MP に導入した構成方程式を以下に示す^{[1]~[4]}。ユーザーが使用するモデルの選択とモデル定数の修正をできるようにしている。

①固体圧力

固体圧力 p_s は、固体粒子の運動圧力 $p_{s, kin}$ 、衝突圧力 $p_{s, col}$ 、摩擦圧力 $p_{s, fric}$ から成り、式(11)のように表す。

$$p_s = p_{s, kin} + p_{s, col} + p_{s, fric} \quad (11)$$

式(11)右辺の各項について導入したモデルを以下に示す。

Lunらのモデル

$$p_{s, kin} = \alpha_s \rho_s \theta \quad (12)$$

$$p_{s, col} = 2\alpha_s^2 \rho_s g_0 (1 + e)\theta \quad (13)$$

ここで、

- g_0 : 動径分布関数
- e : 反発係数

JohnsonとJacksonのモデル

$$p_{s, fric} = Fr \frac{(\alpha_s - \alpha_{s, min})^n}{(\alpha_{s, max} - \alpha_s)^p} \quad (14)$$

ここで、

- $\alpha_{s, min}$: 摩擦最密充填率
(一般的には 0.5~0.6)
- Fr : 実験定数 (一般的には 0.05)
- n : 実験定数 (一般的には 2)
- p : 実験定数 (一般的には 5)

Syamlalらのモデル

$$p_{s, fric} = A\alpha_s (\alpha_s - \alpha_{s, min})^n \quad (15)$$

ここで、

- A : 実験定数 (一般的には 10^{25})
- n : 実験定数 (一般的には 10)

Syamlalらのモデル

Syamlalらは摩擦応力が働くときは運動や衝突による応力は働かないものとし、式(16)を提案している。

$$p_s = p_{s, fric} \quad (\alpha_s \geq \alpha_{s, min} \text{ のとき}) \quad (16)$$

②固体せん断粘性

固体せん断粘性 μ_s は、固体粒子の運動に関する項 $\mu_{s, kin}$ 、衝突に関する項 $\mu_{s, col}$ 、摩擦に関する項 $\mu_{s, fric}$ から成り、式(17)のように表す。

$$\mu_s = \mu_{s, kin} + \mu_{s, col} + \mu_{s, fric} \quad (17)$$

式(17)右辺の各項について導入したモデルを以下に示す。

Syamlalらのモデル

$$\mu_{s, kin} = \frac{\rho_s d_s (\pi\theta)^{0.5}}{6(3-e)} \left\{ 1 + \frac{2}{5} (1+e)(3e-1)\alpha_s g_0 \right\} \quad (18)$$

Gidaspowのモデル

$$\mu_{s, fric} = p_{s, fric} \cos\phi \quad (19)$$

ここで、

- ϕ : 内部摩擦角

Syamlalらのモデル

Syamlalらは摩擦応力が働くときは運動や衝突による応力は働かないものとして、式(20)を提案している。

$$\mu_s = \mu_{s, fric} \quad (\alpha_s \geq \alpha_{s, min} \text{ のとき}) \quad (20)$$

③固体体積粘性

固体体積粘性 λ_s は以下のモデルを導入した。

$$\lambda_s = \frac{4}{3} \alpha_s^2 \rho_s d_s g_0 (1+e)(\theta/\pi)^{0.5} \quad (21)$$

ここで、

- d_s : 固体粒子の径

④流体と固体粒子間の運動量交換係数

流体と固体粒子間の運動量交換係数 β は、以下のモデルを導入した。

Ergunのモデル

$$\beta_{Ergun} = \quad (22)$$

$$150 \frac{\alpha_s(1-\alpha_l)\mu_l}{\alpha_l d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_l \alpha_s}{d_s} [\vec{v}_l - \vec{v}_s]$$

When-Yu のモデル

$$\beta_{\text{When-Yu}} = \frac{3}{4} C_D \frac{\rho_l \alpha_s \alpha_l}{d_s} [\vec{v}_l - \vec{v}_s] \alpha_l^{-2.65} \quad (23)$$

Gidaspow のモデル

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_{\text{Ergun}} & (\alpha_l \leq 0.8 \text{ のとき}) \\ \beta &= \beta_{\text{When-Yu}} & (\alpha_l > 0.8 \text{ のとき}) \end{aligned} \quad (24)$$

Huilin-Gidaspow のモデル

$$\begin{aligned} \beta &= \phi \beta_{\text{Ergun}} + (1-\phi) \beta_{\text{When-Yu}} \\ \phi &= \frac{\arctan \{150 \times 0.75(\alpha_s - 0.2)\}}{\pi} + 0.5 \end{aligned} \quad (25)$$

⑤ グラニュラーエネルギー拡散係数

グラニュラーエネルギー拡散係数 k_s は、以下のモデルを導入した。

Syamlal らのモデル

$$k_s = \frac{15\rho_s \alpha_s d_s (\pi\theta)^{0.5}}{4(41-33\eta)} \left\{ 1 + \frac{12}{5}(4\eta-3)\alpha_s g_o + \frac{16}{15}(41-33\eta)\eta\alpha_s g_o \right\} \quad (26)$$

$$\eta = \frac{1}{2}(1+e) \quad (27)$$

Gidaspow のモデル

$$k_s = \frac{150\rho_s d_s (\pi\theta)^{0.5}}{384(1+e)g_o} \left\{ 1 + \frac{6}{5}(1+e)\alpha_s g_o \right\}^2 + 2\alpha_s^2 \rho_s d_s (1+e) \left(\frac{\theta}{\pi}\right)^{0.5} \quad (28)$$

⑥ 固体粒子同士の衝突によるグラニュラーエネルギーの散逸

固体粒子同士の衝突によるグラニュラーエネルギーの散逸 γ_s は、以下のモデルを導入した。

Lun らによるモデル

$$\gamma_s = \frac{12(1-e^2)\rho_s \alpha_s^2 g_o \theta}{d_s} \left(\frac{\theta}{\pi}\right)^{0.5} \quad (29)$$

⑦ 流体の変動力によるグラニュラーエネルギーの散逸と生成

流体の変動力によるグラニュラーエネルギーの散逸と生成 ϕ_s は、以下のモデルを導入した。

Lun らによるモデル

$$\phi_s = \beta \left(3\theta - \frac{\beta d_s (\vec{v}_g - \vec{v}_s)^2}{4\rho_s \alpha_s (\pi\theta)^{0.5}} \right) \quad (30)$$

Gidaspow のモデル

$$\phi_s = 3\beta\theta \quad (31)$$

⑧ 動径分布関数

動径分布関数 g_o は、以下の式を導入した。

Carnahan-Sarlring の式

$$g_o = \frac{1}{1-\alpha_s} + \frac{3\alpha_s}{2(1-\alpha_s)^2} + \frac{\alpha_s^2}{2(1-\alpha_s)^3} \quad (32)$$

Lun-Savage の式

$$g_o = \left(1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_{s, \max}} \right)^{-2.5\alpha_{s, \max}} \quad (33)$$

Sinclair-Jackson の式

$$g_o = \left\{ 1 - \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s, \max}} \right)^{1/3} \right\}^{-1} \quad (34)$$

Gidaspow の式

$$g_o = \frac{3}{5} \left\{ 1 - \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s, \max}} \right)^{1/3} \right\}^{-1} \quad (35)$$

ここで、

$\alpha_{s, \max}$: 最密充填率

2.3. グラニューラーエネルギーの代数的解法

グラニューラーエネルギーは固体圧力と固体せん断粘性に直接影響する変数であることと、グラニューラーエネルギーの輸送方程式の右辺は複雑であるため、計算を不安定にしたり、時間刻みを大きくとれないことがある。

グラニューラーエネルギー保存式において、粒子への応力による生成項・非弾性衝突による散逸項・流体変動力による散逸と生成項の3項が支配的の場合、これらの項で平衡になると仮定し、時間項・対流項・拡散項を省略し、式(36)を代数的に解くことで計算を安定にすることができる。この方法を以下に説明する。論文に書かれていない項も考慮することで改善している。

$$0 = (-p_s \bar{I} + \bar{\tau}_s) : \nabla \vec{v}_s - \gamma_s - \phi_s \quad (36)$$

Lun らのモデル

$$p_s = 2\alpha_s^2 \rho_s g_o (1+e)\theta \quad (37)$$

Syamlal らのモデル

$$\mu_s = \frac{\rho_s d_s (\pi \theta)^{0.5}}{6(3-e)} \left\{ 1 + \frac{2}{5}(1+e)(3e-1)\alpha_s g_o \right\} + \frac{4}{5}\alpha_s^2 \rho_s d_s g_o (1+e)(\theta/\pi)^{0.5} \quad (38)$$

Lun らのモデル

$$\lambda_s = \frac{4}{3}\alpha_s \rho_s d_s g_o (1+e)(\theta/\pi)^{0.5} \quad (39)$$

Lun らのモデル

$$\gamma_s = \frac{12(1-e^2)\rho_s \alpha_s^2 g_o \theta}{d_s} \left(\frac{\theta}{\pi}\right)^{0.5} \quad (40)$$

Gidaspow のモデル

$$\phi_s = 3\beta\theta \quad (41)$$

$K_1 \sim K_4$ を以下のように定義する。

$$K_1 = 2\rho_s g_o (1+e) \quad (42)$$

$$K_3 = \quad (43)$$

$$\frac{\rho_s d_s (\pi)^{0.5}}{6(3-e)} \left\{ 1 + \frac{2}{5}(1+e)(3e-1)\alpha_s g_o \right\} + \frac{4}{5}\alpha_s \rho_s d_s g_o (1+e)(1/\pi)^{0.5}$$

$$K_4 = \frac{12(1-e^2)\rho_s g_o}{d_s} \left(\frac{1}{\pi}\right)^{0.5} \quad (44)$$

$$K_2 = \frac{4}{3}\alpha_s \rho_s d_s g_o (1+e)(1/\pi)^{0.5} - \frac{2}{3}K_3 \quad (45)$$

p_s 、 μ_s 、 γ_s 、 λ'_s 、 $\bar{\tau}_s$ は以下のように表される。

$$p_s = K_1 \alpha_s^2 \theta \quad (46)$$

$$\mu_s = K_3 \theta^{0.5} \quad (47)$$

$$\gamma_s = K_4 \alpha_s^2 \theta^{1.5} \quad (48)$$

$$\lambda'_s = \lambda_s - \frac{2}{3}\mu_s = K_2 \theta^{0.5} \quad (49)$$

$$\bar{\tau}_s = \mu_s \left[\nabla \vec{v}_s + (\nabla \vec{v}_s)^t \right] \quad (50)$$

$$+ \left(\lambda_s - \frac{2}{3}\mu_s \right) (\nabla \cdot \vec{v}_s) \bar{I} = 2\mu_s \bar{D}_s + \lambda'_s \text{tr} \bar{D}_s \bar{I}$$

式(46)～式(50)を式(36)に代入して整理すると次のようになる。

$$K_4 \alpha_s \theta + \left(K_1 \alpha_s \text{tr} \bar{D}_s + \frac{3\beta}{\alpha_s} \right) \theta^{0.5} - K_2 (\text{tr} \bar{D}_s)^2 - 2K_3 \text{tr} \bar{D}_s^2 = 0 \quad (51)$$

式(51)より2次方程式の解の公式を使用し、 θ を以下の代数式で求める。

$$\theta = \left[- \left(K_1 \alpha_s \text{tr} \bar{D}_s + \frac{3\beta}{\alpha_s} \right) + \left[\left(K_1 \alpha_s \text{tr} \bar{D}_s + \frac{3\beta}{\alpha_s} \right)^2 + 4K_4 \alpha_s \left\{ K_2 (\text{tr} \bar{D}_s)^2 + 2K_3 \text{tr} \bar{D}_s^2 \right\} \right]^{0.5} \right]^2 / (2K_4 \alpha_s)^2 \quad (52)$$

3. ドリフトフラックスモデル

3.1. 基礎方程式

固気液三相流挙動を解析する基礎方程式について説明する。

固気液三相流解析において、二流体モデルの第1相を気液混合流体、第2相を固体として解析する際、気液混合流体を均質流（気体と液体の速度が同一）として扱えない場合に、気液混合流体をドリフトフラックスモデルで解く。

気液混合流体の運動量が気体と液体のそれぞれの運動量の和と等しくなるように気液混合速度を定義する。

気液混合速度

$$\vec{v}_l \equiv \frac{\alpha_{sw}\rho_{sw}\vec{v}_{sw} + \alpha_g\rho_g\vec{v}_g}{\rho_l} \quad (53)$$

気液混合密度

$$\rho_l \equiv \alpha_{sw}\rho_{sw} + \alpha_g\rho_g \quad (54)$$

体積割合の定義

$$\alpha_{sw} + \alpha_g = 1 \quad (55)$$

ここで、

- \vec{v}_l : 気液混合流体の速度ベクトル
- \vec{v}_g : 気体の速度ベクトル
- \vec{v}_{sw} : 液体の速度ベクトル
- ρ_g : 気体の密度
- ρ_{sw} : 液体の密度
- α_g : 気液混合流体中の気体体積割合
- α_{sw} : 気液混合流体中の液体体積割合

である。式(53)は気体と液体の速度が等しい($\vec{v}_g = \vec{v}_{sw}$)とすると、均質流モデルの仮定になることから、均質流モデルは式(53)の特別な場合である。

上記の混合速度 \vec{v}_l と混合密度 ρ_l の定義を用いると、気液混合流体の質量保存式は次式となる。

$$\frac{\partial(\alpha_l\rho_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l\rho_l\vec{v}_l) = -\dot{m} \quad (56)$$

ここで、

- α_l : 気液混合流体の体積割合
- ρ_l : 気液混合流体の密度
- \vec{v}_l : 気液混合流体の速度ベクトル
- \dot{m} : 気体から液体への質量移動率

である。気液混合流体の質量保存則は、混合速度

の定義式が異なる点を除いて、均質流モデルと同じ式となる。

次に、気液混合流体の運動量保存式は次式となる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_l\alpha_l\vec{v}_l) + \nabla \cdot (\rho_l\alpha_l\vec{v}_l\vec{v}_l) \\ &= -\alpha_l\nabla p + \nabla \cdot (\alpha_l\bar{\tau}_l) + \nabla \cdot (\alpha_l\bar{\tau}_l^T) \\ &+ \beta(\vec{v}_s - \vec{v}_l) - \vec{F}_{wl} + \rho_l\alpha_l\vec{g} \\ &- \dot{m}\vec{v}_l \quad \underbrace{-\nabla \cdot \left(\alpha_l \frac{\rho_g\rho_{sw}}{\rho_l} \frac{\alpha_g}{\alpha_{sw}} \vec{V}_{gj}\vec{V}_{gj} \right)}_{\text{ドリフトフラックスモデルによる追加項}} \end{aligned} \quad (57)$$

ドリフトフラックスモデルによる追加項

ここで、

- α_l : 気液混合流体の体積割合
- ρ_l : 気液混合流体の密度
- \vec{v}_l : 気液混合流体の速度ベクトル
- p : 圧力
- $\bar{\tau}_l$: 気液混合流体に作用するせん断応力
- $\bar{\tau}_l^T$: テンソル
- $\bar{\tau}_l^T$: 気液混合流体に作用する乱流による
- β : 応力テンソル
- β : 気液混合流体と固体の間の運動量交換係数
- \vec{v}_s : 固体の速度ベクトル
- \vec{F}_{wl} : 気液混合流体の壁面摩擦力
- \vec{g} : 重力加速度ベクトル
- \dot{m} : 気体から固体への質量移動率
- ρ_g : 気体の密度
- ρ_{sw} : 液体の密度
- α_g : 気液混合流体中の気体体積割合
- α_{sw} : 気液混合流体中の液体体積割合
- \vec{V}_{gj} : 平均ドリフト速度

である。最後の項がドリフトフラックスモデルによる追加項となっており、気液の速度差により生じる不均質さを表す項である。

エネルギー保存則については、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_l\alpha_l h_l) + \nabla \cdot (\rho_l\alpha_l h_l\vec{v}_l) \\ &= -\nabla \cdot (\alpha_l\vec{q}_l) - \nabla \cdot (\alpha_l\vec{q}_l^T) + \alpha_l \frac{Dp}{Dt} + Q_i \\ &+ Q_{wl} \\ &- \dot{m}h_l \quad \underbrace{-\nabla \cdot \left[\alpha_l \frac{\rho_g\rho_{sw}}{\rho_l} \alpha_g \vec{V}_{gj}(h_g - h_{sw}) \right]}_{\text{ドリフトフラックスモデルによる追加項}} \end{aligned} \quad (58)$$

ドリフトフラックスモデルによる追加項

$$h_l = \frac{\alpha_{sw}\rho_{sw}h_{sw} + \alpha_g\rho_g h_g}{\rho_l} = Y_{sw}h_{sw} + Y_g h_g \quad (59)$$

であるが、気液の熱平衡を仮定し、ドリフトフラックスモデルにより現れる生成項をゼロとする。また、混合流体の比熱 $c_{p,l} \approx c_g \approx c_{sw}$ を仮定することで、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_l \alpha_l h_l) + \nabla \cdot (\rho_l \alpha_l h_l \vec{v}_l) \\ = -\nabla \cdot (\alpha_l \vec{q}_l) - \nabla \cdot (\alpha_l \vec{q}_l^T) \\ + \alpha_l \frac{Dp}{Dt} + Q_i + Q_{wl} - \dot{m} h_l \end{aligned} \quad (60)$$

$$h_l = c_{p,l} T_l \quad (61)$$

として計算する。

ドリフトフラックスモデルの混合流体の保存式は、気相と液相の保存式を加算して得られる混合流体の保存式と数学的に等価であり、ドリフトフラックスモデルで生成項に追加される項は、混合流体の対流項を混合速度 v_l で表現した際に余った項を右辺に移項したものである。

例えば、運動量保存式の対流項の場合には、

$$\begin{aligned} \underbrace{\nabla \cdot (\rho_l \rho_g \alpha_g \vec{v}_g \vec{v}_g)}_{\text{気体の対流項}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho_l \rho_{sw} \alpha_{sw} \vec{v}_{sw} \vec{v}_{sw})}_{\text{液体の対流項}} \\ \rightarrow \underbrace{\nabla \cdot (\rho_l \alpha_l \vec{v}_l \vec{v}_l)}_{\text{気液混合流体の対流項}} \\ + \underbrace{\nabla \cdot \left(\alpha_l \frac{\rho_g \rho_{sw}}{\rho_l} \frac{\alpha_g}{\alpha_{sw}} \vec{v}_{gj} \vec{v}_{gj} \right)}_{\text{ドリフトフラックスモデルの追加項}} \end{aligned} \quad (62)$$

と変形できる。

気相の質量保存則についても、混合速度 v_l と混合密度 ρ_l を用いて表現することができ、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_l \rho_l Y_{l,g}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l Y_{l,g} \vec{v}_l) \\ = -\frac{M_g}{M_s} \dot{m} - \underbrace{\nabla \cdot \left(\alpha_l \frac{\rho_g \rho_{sw}}{\rho_l} \alpha_g \vec{v}_{gj} \right)}_{\text{ドリフトフラックスモデルによる追加項}} \end{aligned} \quad (63)$$

となる。この式も、気相速度 \vec{v}_g を用いて表現すれば、

$$\frac{\partial \alpha_l \rho_l Y_{l,g}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l Y_{l,g} \vec{v}_g) = -\frac{M_g}{M_s} \dot{m} \quad (64)$$

ここで、

- M_g : 気体の分子量
- M_s : 固体の分子量

と書け、ドリフトフラックスによる追加項は、対流項を混合速度で表現した際に余った項を移動したのになっている。

3.2. ボイド率加重平均ドリフト速度の相関式

ドリフトフラックスモデルを計算するには、基礎式の右辺に含まれる平均ドリフト速度を与える必要がある。平均ドリフト速度は、次式に示すように気相速度と混合流体のみかけ速度の差で定義される。

$$\vec{v}_{gj} \equiv \vec{v}_g - \vec{j}_T \quad (65)$$

$$\vec{j}_T \equiv \alpha_{sw} \vec{v}_{sw} + \alpha_g \vec{v}_g \quad (66)$$

したがって、平均ドリフト速度は、気液の平均的な流速からの気相速度のずれを表している。平均ドリフト速度の定義式(65)に、混合流体のみかけ速度の定義式を代入すると、平均ドリフト速度は気液の速度差で表現できる。

$$\vec{v}_{gj} \equiv \alpha_{sw}(\vec{v}_g - \vec{v}_l) \quad (67)$$

一方、ボイド率加重平均ドリフト速度は、

$$\vec{v}_{gj} \equiv \vec{v}_g - C_0 \vec{j}_T \quad (68)$$

と定義され、ボイド率 α_g とみかけ速度 \vec{j}_T の空間分布の影響を分布パラメータ C_0 で考慮したものになっている。平均ドリフト速度の定義式(65)に、ボイド率加重平均ドリフト速度の定義式(68)を代入すると、平均ドリフト速度とボイド率加重平均ドリフト速度の関係式が得られる。

$$\vec{v}_{gj} = (C_0 - 1) \vec{j}_T + \vec{v}_{gj} \quad (69)$$

ボイド率加重平均ドリフト速度 \vec{v}_{gj} と分布パラメータ C_0 は、文献[5]を参考にして流動様式ごとに構成式として与える。

気泡流の場合 ($\alpha_g \leq 0.2$)

$$\vec{v}_{gj} = -\beta_{1,bubble} \left(\frac{\sigma(\rho_{sw} - \rho_g) |\vec{g}|}{\rho_{sw}^2} \right)^{0.25} (1 - \alpha_g)^{1.5} \frac{\vec{g}}{|\vec{g}|} \quad (70)$$

$$C_0 = \beta_2 - (\beta_2 - 0.2) \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_{sw}}} \quad (71)$$

ここで、

σ : 表面張力係数

スラグ流の場合 ($\alpha_g \geq 0.3$)

$$\vec{v}_{gj} = -\beta_{1,\text{slug}} \sqrt{\frac{|\vec{g}| D (\rho_{sw} - \rho_g)}{\rho_{sw}}} \frac{\vec{g}}{|\vec{g}|} \quad (72)$$

$$C_0 = \beta_2 - (\beta_2 - 0.2) \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_{sw}}} \quad (73)$$

ここで、

D : 配管径

気泡流とスラグ流の間の遷移領域は線形補間により与える。

$\beta_{1,\text{bubble}}$ 、 $\beta_{1,\text{slug}}$ 、 β_2 はモデル定数であり、文献[5]では $\beta_{1,\text{bubble}} = \sqrt{2}$ 、 $\beta_{1,\text{slug}} = 0.35$ 、 $\beta_2 = 1.2$ である。また、原子力分野では、 v_{gj} は0.4~0.6、 C_0 は1.4~1.6程度の値が使用される。分布係数は配管断面のボイド率分布の効果を表すものであるが、3次元解析の場合には空間を3次元に分割しているため、ボイド率分布の影響も解析に考慮される。このため、分布係数はデフォルトで $C_0 = 1$ とし、入力ファイルにより上式を選択できるようにしている。

3.3. 気相速度と液相速度の計算

気相速度と液相速度は、平均ドリフト速度 \vec{V}_{gj} と混合速度 \vec{v}_l を用いて、以下の式から計算できる。

$$\vec{v}_g = \vec{v}_l + \frac{\rho_{sw} \vec{V}_{gj}}{\rho_l} \quad (74)$$

$$\vec{v}_{sw} = \vec{v}_l - \frac{\alpha_g \rho_g \vec{V}_{gj}}{\alpha_{sw} \rho_l} \quad (75)$$

3.4. アルゴリズム

アルゴリズムを以下に示す。

- ① 混合密度 ρ_l を計算する
↓
② 構成方程式を計算する
(ボイド率加重平均ドリフト速度 \vec{v}_{gj} と分布パラ

メータ C_0 の計算)

↓
③ 平均ドリフト速度 \vec{V}_{gj} 、気相速度 \vec{v}_g 、みかけ速度 \vec{j}_T を計算する

↓
④ ドリフトフラックスモデルで追加される生成項を計算する

↓
⑤ 固体の運動量保存式を解く

↓
⑥ 気液混合流体の運動量保存式を解く
(生成項に④で計算したドリフトフラックスモデルの項を考慮)

↓
⑦ 圧力 Poisson 方程式を解く

↓
⑧ 圧力と速度を補正する

↓
⑨ 固体の質量保存式を解く

↓
⑩ 気液混合流体の質量保存式を解く

↓
⑪ 固体のエネルギー保存式を解く

↓
⑫ 気液混合流体のエネルギー保存式を解く

↓
⑬ グラニューラーエネルギーの保存方程式を解く

↓
⑭ 気体の質量保存式を解く (対流項には③で計算した気相速度 \vec{v}_g を使用)

↓
全ての変数が収束していない場合には①に戻る。全ての変数が収束した場合には、時間ステップを1つ進め①へ行く。

図 1 ドリフトフラックスモデルを使用する場合の流動解析アルゴリズム (SIMPLE 法ベース)

4. 解析例

4.1. 流動層の高濃度固気二相流解析

4.1.1. 解析対象

容器下部からの送風により固体粒子を流動化させる固気流動層は化学反応、乾燥、吸着、熱交換、造粒、粒子の分離などに使用されている。ここでは、M.Muthu Kumar らの実験条件で空塔速度を変えた流動層の解析を行い、膨張比の実験結果と比較する。

4.1.2. 解析条件

解析条件を表 1 に示す。

表 1 解析条件

項目	値
次元	2
容器の幅	0.28 m
容器の高さ	1 m
充填層の初期高さ	0.4 m
気体	空気
固体粒子の密度	2500 kg/m ³
固体粒子径	350 μm
固体粒子の最密充填率	0.63
底面から流入する空気速度 (空塔速度)	0、0.1、0.3、0.5 m/s
底面から流入する空気の体積割合	1
固体粒子同士および固体粒子と壁との衝突	考慮
水平方向の格子数	28 (等分割)
垂直方向の格子数	100 (等分割)
時間刻み	10 ⁻³ s (一定)

4.1.3. 解析結果

10 秒から 30 秒までを時間平均した計算結果を以下に示す。計算はグラニューラーエネルギー保存式を輸送方程式を解く方法と代数的解法の 2 つで行った。どちらの計算方法でも流動層の膨張比は実験結果を概ね再現できている。

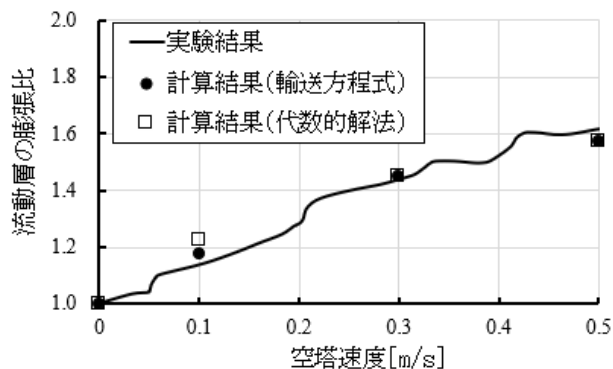


図 2 空塔速度に対する流動層の膨張比

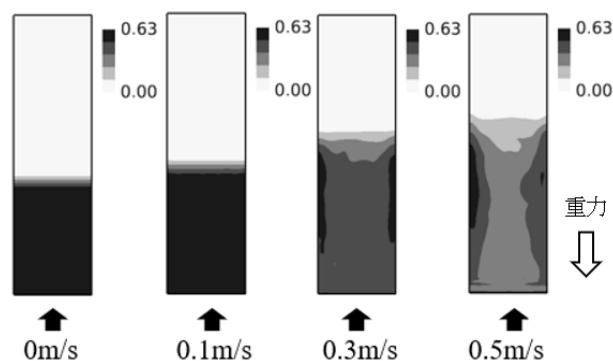


図 3 グラニューラーエネルギー保存式を輸送方程式で解く方法による固相体積割合の計算結果 (10 秒から 30 の時間平均値)

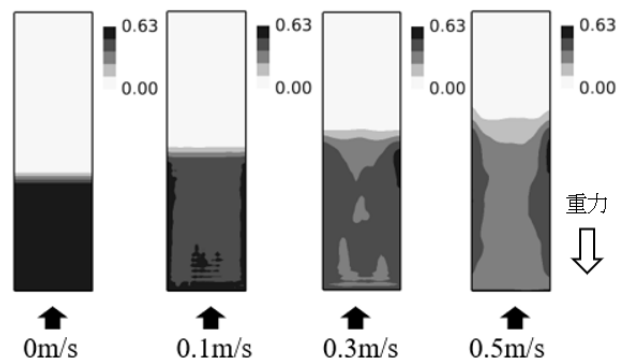


図 4 グラニューラーエネルギー保存式の代数的解法による固相体積割合の計算結果 (10 秒から 30 の時間平均値)

4.2. 水平平行平板間の固気液三相流解析

4.2.1. 解析対象

適当な実験結果が見つからなかったため、水平平行平板の入口で固気液を均質な混合状態で流入させ、密度差により固気液が分離する挙動のテスト計算を行った。解析条件を表 2 に示す。

表 2 解析条件

項目	値
次元	2
主流方向の領域	0.5 m
平板間の距離	0.05 m
気体	空気
液体	水
固体粒子の密度	2000 kg/m ³
固体粒子径	1 mm
流入速度	0.5 m/s、0.1 m/s
流入する気体の体積割合	0.45 (均質に流入)
流入する液体の体積割合	0.45 (均質に流入)
流入する固体の体積割合	0.1 (均質に流入)
固体粒子同士および固体粒子と壁との衝突	考慮
水平方向の格子数	100 (不等分割)
垂直方向の格子数	50 (不等分割)
時間刻み	10 ⁻⁴ s (一定)

4.2.2. 解析結果

定常時における各相の体積割合と速度を図 5 と図 6 に示す。流入速度が小さい程、気体は浮力により入口近くで上昇し、系内の固相は体積割合が大きく、厚く堆積する傾向は妥当である。

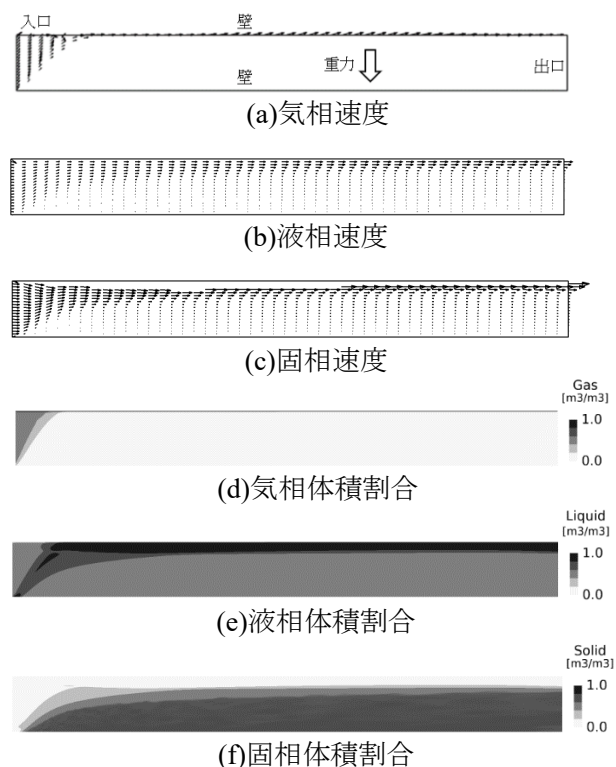
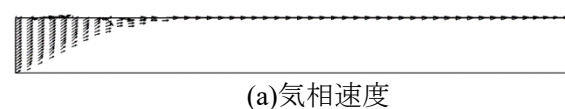


図 5 流入速度 0.5m/s の計算結果



(a)気相速度

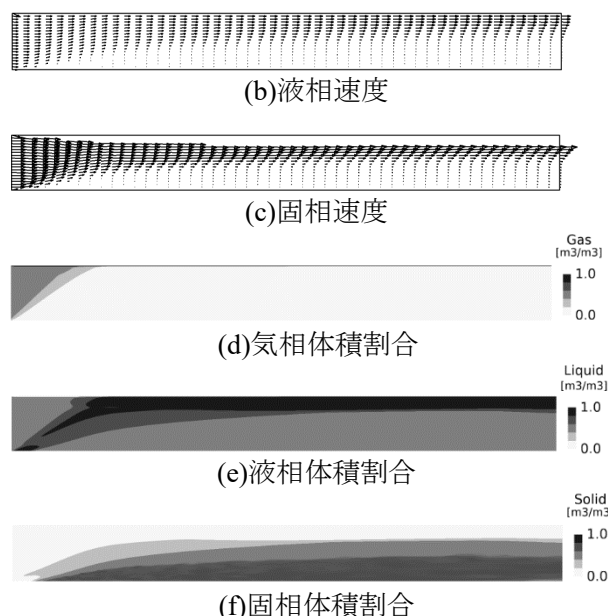


図 6 流入速度 1m/s の計算結果

5. まとめ

Advance/FrontFlow/MP に実装した高濃度固気液混相流解析機能の解析モデルと簡単な解析事例を紹介した。

今後、実験結果を使用した検証事例を蓄積し、使用する構成方程式やモデル定数について改善していく予定である。

参考文献

- [1] Guodong Liu, Materials Science (2018)3.
- [2] Adnan Almuttahir, Fariborz Taghipour, Powder Technology,185 (2008) 11.
- [3] André Bakker, Applied Computational Fluid Dynamics,Lecture 17(2002-2006).
- [4] Ocone, R., S. Sundaresan, and R. Jackson , AIChE J. 39 (1993)1261.
- [5] 清水 賀之、清野 文雄、天満 則夫、, Journal of MMIJ Vol. 133, No. 10, (2017)241.
- [6] M.Muthu Kumar,E.Natarajan,Int J Adv Manuf Technol,22(2009).

※ 技術情報誌アドバンスシミュレーションは、アドバンスソフト株式会社 ホームページのシミュレーション図書館から、PDF ファイルがダウンロードできます。(ダウンロードしていただくには、アドバンス/シミュレーションフォーラム会員登録が必要です。)