

構造解析ソフト Advance/FrontSTR Ver.6.3 の新機能である座屈解析機能の紹介

清野 多美子* 袁 熙*

Introduction of function of linear buckling analysis into Advance/FrontSTR Ver.6.3

Tamiko Seino* and Xi Yuan*

構造解析ソフト Advance/FrontSTR Ver.6.3 には線形座屈解析機能を導入した。本文はその理論式と解析手順を紹介した上、テスト計算を経由し、実装の正確さを検証した。

Keywords: シミュレーション、ソフトウェア、構造解析、座屈解析

1. はじめに

座屈とは、構造物に荷重を加えたときに、材料の降伏よりも低いレベルで大きく変形してしまう現象である。特に細長い形状や薄い板形状では、座屈が発生しやすい。このような構造物では材料の降伏強度のほかにも座屈の発生を考慮する必要がある。

CAE での座屈の解析には、大きく分けて線形座屈解析と非線形座屈解析の 2 種類がある。線形座屈解析とは、座屈前の変位量が小さく、応力、ひずみ値などが荷重に比例すると仮定した条件での座屈解析のことです。Advance/FrontSTR は線形座屈解析機能を実装した。

2. 線形座屈解析機能紹介

2.1. 理論式

数学的には、座屈がおきるときは、構造物の剛性が特異になる。ここでの線形座屈解析は、臨界座屈係数と、関連した座屈モード形状を求める固有値問題を解く。そのため、線形座屈解析は座屈固有値解析とも呼ばれる。

構造物の全体剛性マトリクスは一般的に以下の式で表すことができる。

$$K = K_L + K_G \quad (1)$$

ここで K_L と K_G はそれぞれ線形剛性マトリクスと幾何学剛性マトリクスと表している。線形座屈解析では、幾何学剛性マトリクスは外力 q_0 と比例すると仮定する、すなわち

$$K_G(\lambda q_0) = \lambda K_G(q_0) \quad (2)$$

そのため、線形座屈解析は下記の特異値問題を解くことになる。

$$(K_L + \lambda K_G(q_0))x = 0 \quad (3)$$

その非零解が存在する条件は

$$|K_L + \lambda K_G| = 0 \quad (4)$$

となり、固有値問題に帰着する。

2.2. 解析手順

式(2)に示したように、線形座屈解析はまず外力 q_0 の幾何学剛性マトリクス K_G を求める必要がある。そのため、線形座屈解析手順は以下である。

- (1) 参照荷重 q_0 を加え、標準的な線形静解析を実行する
- (2) q_0 に対応する幾何剛性マトリクス $K_G(q_0)$ を計算する。
- (3) 固有値問題 (3) を解く

ここで求められた座屈（臨界）荷重は $q_i = \lambda_i q_0$ 、それに対応した x_i は座屈モードである。

3. 座屈解析の事例

3.1. 梁の座屈解析

梁要素で様々な支持条件下の座屈解析を実施し、解析結果出力の座屈荷重を理論値と比較した。

*アドバンスソフト株式会社 第2事業部

2nd Computational Science and Engineering Group, AdvanceSoft Corporation

3.1.1. 解析条件

主な解析条件を表 1 に、解析ケースと支持条件を表 2 に示す。梁には一様な圧縮荷重を負荷した。

表 1 解析条件

項目	値
梁要素の種類	EULER 梁
ヤング率	$E = 7.1 \times 10^{10} [\text{Pa}]$
断面積	$A = 1.257 \times 10^{-3} [\text{m}^2]$
断面 2 次モーメント	$I = 1.26 \times 10^{-7} [\text{m}^4]$
長さ	$L = 10 [\text{m}]$
要素分割	10 分割
基準荷重	1000 [N]

表 2 解析ケースと支持条件

解析ケース	端点 1	端点 2	定数 n
case1	完全拘束	完全拘束	4
case2	完全拘束	ピン支持	2.046
case3	ピン支持	ピン支持	1

3.1.2. 解析結果

軸方向に圧縮荷重を受けるオイラーの式における座屈荷重は式(5)で与えられる。n は支持条件によって決まる定数である。

$$P = \frac{n\pi^2 EI}{L^2} \quad (5)$$

数値解析で得られた座屈荷重をオイラーの座屈荷重と比較した値を表 3 に示す。理論値と解析結果により導出した座屈荷重はよく一致した。また図 1 に示す座屈変形図の出力により各解析ケースにおける座屈変形モード形状が確認できた。

表 3 座屈荷重の比較

解析ケース	理論値 [N]	解析結果	
		荷重係数	座屈荷重[N]
case1	880.6	0.883	882.9
case2	1801.7	1.806	1806.4
case3	3522.3	3.532	3532.5

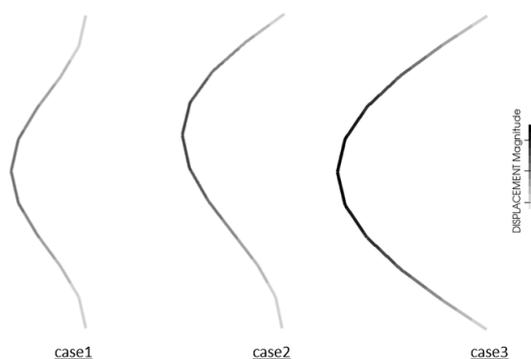


図 1 梁の座屈変形図

3.2. 薄肉円筒シェルの座屈解析

薄肉円筒シェルの座屈解析を実施し座屈形状を確認した。

3.2.1. 解析条件

解析条件を表 4 に示す。モデルの端部は固定端とし、軸方向の圧縮荷重を負荷した。薄肉円筒シェルの座屈荷重を検討する方法には数多くの研究がなされており、弾性座屈の範囲や座屈荷重値の算出などに径厚比 R/t や径長比 L/R が利用される[1][2][3]。

表 4 解析条件

項目	値
要素タイプ	四辺形シェル要素
円筒半径	$R = 100 [\text{in}]$
板厚	$t = 0.25 [\text{in}]$
長さ	$L = 400 [\text{in}]$
径厚比	$R/t = 400$
径長比	$L/R = 4$
ヤング率	$E = 3.0 \times 10^7 [\text{lbf/in}^2]$
ポアソン比	$\nu = 0.3$

3.2.2. 解析結果

解析結果で得られた座屈荷重を表 5 に座屈モード変形図を図 2 に示す。

表 5 座屈荷重

出力モード No.	円周方向の全波数 n	軸方向の半波数 m	座屈荷重 [lbf/in ²]
1	10	1	2.35×10^5
13	12	2	3.51×10^5

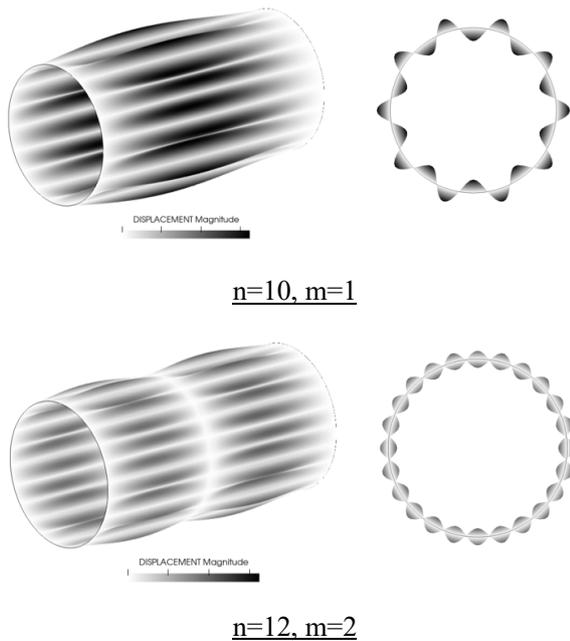


図 2 座屈モード変形図

過去の文献[1][3]などから、概ね R/t が 400 以上では弾性座屈とみなされており、古典的座屈理論値による座屈応力値は式(6)で与えられる。

$$\sigma_{cl} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cdot \frac{Et}{R} = 0.605 \frac{Et}{R} \quad (6)$$

また NASA[2][4]の弾性軸圧縮座屈応力の評価式としては式(7)が知られている。

$$\sigma_{a,cr}^e = 0.6 \left[1 - 0.901 \left\{ 1 - e^{-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{R}{t}}} \right\} \right] \frac{Et}{R} \quad (7)$$

$$\left(100 < \frac{R}{t} \leq 4000, 0.5 \leq \frac{L}{R} \leq 5.0 \right)$$

本式から算出される座屈応力値は座屈応力の下限の推定などに利用され、算出値はそれぞれ 4.54×10^4 [lbf/in²]および 1.61×10^4 [lbf/in²]であり、解析結果の座屈応力値はそれよりも高い値となった。薄肉円筒の座屈応力値は解析モデルの分割数や境界条件などが結果に影響することが知られていることから設計に利用する際には慎重に検討を行う必要がある。

参考文献

- [1] 公益社団法人 土木学会, 座屈設計ガイドライン, 第 13 章パイプおよびシェル

- [2] NASA Space Vehicle Design Criteria, Buckling of Thin -walled circular Cylinders, NASA-SP-8007, 1965
- [3] 松浦真一, 薄肉/厚肉円筒の座屈挙動と設計指針, 圧力技術 第 37 巻第 6 号, 1999
- [4] 中村他, 座屈設計ガイドライン講習会, 第 13 章パイプ・シェル, 2005 年 10 月, 東京他

※ 技術情報誌アドバンスシミュレーションは、アドバンスソフト株式会社 ホームページのシミュレーション図書館から、PDF ファイル (カラー版) がダウンロードできます。(ダウンロードしていただくには、アドバンス/シミュレーションフォーラム会員登録が必要です。)