圧力ベース解法における種々の不連続境界面捕獲法の紹介

大西　陽一*

Introduction to some discontinuity capture methods in pressure-based solution

Yoichi Ohnishi*

微分方程式を有限な微小要素に離散化して取り扱う数値流体計算において、領域内に自由界面が存在する場合には特別な扱いが必要となる。気液二相間を厚みゼロの自由表面で扱う VOF 法を例にとり、界面において数値振動を著しく抑制する Ghost Fluid 法を紹介する。またアドバンスソフト社の流体解析ソフト Advance/FrontFlow/red（以下、AFFr）に Ghost Fluid 法を導入して実施した気液二相解析の事例を紹介する。また衝撃波のような圧力の不連続性の圧力ベース陰解法における取り扱いを、1 次元 Sod 問題を例に紹介する。

Keywords: 数値流体力学、ポアソン方程式、自由界面、衝撃波、不連続面、シミュレーション

1. はじめに

近年、産業界でも気液二相解析が広く利用されるようになってきた。その解析手法の 1 つである VOF 法は、気相と液相が自由表面によって明確に区別できるとして、液相の体積分率の移流を精度よく解く手法である。スロッシングや液体燃料の微粒化など、液界面の振る舞いが重要となる現象に多く適用される。流れの中で複雑な振る舞いをする界面を離散化された有限要素でどのように捕獲再構築するかは過去に多く研究されている[1][2]一方で、界面における力学的境界条件を考慮した離散化手法は多少複雑であり、汎用ソフトごとに異なる取り扱いをしているようである。VOF 法は非圧縮性を仮定するため Navier-Stokes 方程式と圧力のポアソン方程式が支配方程式となるが、厚みゼロの界面に表面張力が働くことで圧力に不連続性（圧力ジャンプ）が存在する。また重力など密度を関数とする体積力も、密度の異なる流体が接する界面において圧力勾配の不連続性を生じさせる。これらを界面において適切に離散化して圧力ポアソン方程式を解かなければ数値振動を引き起こすことになる。数値振動を回避する手法として広く採用されているのが、密度や粘性などの物性や流体力を体積分率と界面からの距離の関数としてなまして接続する手法である。多くの汎用ソフトがこの手法を採用しているが、これは数値不安定性を回避するためだけの対処療法的手法である。一方、近年界面の境界条件を適切に扱う手法として Ghost Fluid 法の研究が進んでいる[3][4]。初期には圧縮性二相流体の自由界面境界の扱いにおいて、界面を挟んで反対側に仮想の流体を置いて離散化したことから Ghost Fluid 法と名付けられているが、その後、衝撃波や爆燃・爆轟に適用しても成功を収めている。また Liu らはこの手法を非圧縮流体に拡張し、ポアソン方程式における界面境界条件の離散化手法を定式化したことで、VOF 法への適用が明確になってきている[5]。

本稿では、2 章で支配方程式を示したのち、3 章で VOF 法を含んだ非圧縮流体解析で広く採用されている SIMPLE 法の離散化の説明を行う。4 章で界面での離散化の問題を明確化し、Ghost Fluid 法の定式化を詳説する。5 章で AFFr に Ghost Fluid 法を導入して実施した計算結果を示す。また 6 章において、圧縮性の強い流れでの圧力ジャンプが存在する例として 1 次元衝撃波問題を取り上げ、適切に特性波分解を施せば、圧力ベース陰解法で密度ベース解法と同等に衝撃波を捕獲できることを示す。7 章はまとめである。また記号等

*アドバンスソフト株式会社　第 3 事業部
3rd Computational Science and Engineering Group, AdvanceSoft Corporation

は最後にまとめて示す。

2. 支配方程式

密度、運動量、エネルギーの支配方程式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \vec{V}\right) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \overrightarrow{V\vec{V}}\right) + \nabla p = \nabla \cdot \tau + \vec{F} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \vec{V} H\right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \nabla \cdot \left(\tau \cdot \vec{V}\right) + Q \tag{3}$$

ここでτは応力テンソル、EとHは全エネルギーと全エンタルピーである。これに圧縮性の場合は理想状態方程式を組み合わせて解くが、他の状態方程式を用いることも可能である。

VOF 解析の場合は液相質量の保存式を解く。

$$\frac{\partial \rho_{liq} \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_{liq} \vec{V} \alpha\right) = \dot{M}_{liq} \tag{4}$$

F_iは重力などの体積力のほかに、VOF 解析の場合は自由表面上で作用する表面張力を含んでいる。Qは熱流束、$\dot{\mathrm{M}}_{\mathrm{liq}}$は液相質量の生成項である。

3. 数値計算法

3.1. SIMPLE 法の離散化

AFFr では非構造有限体積法を採用している。計算領域をセルと呼ばれる微小な多面体要素で分割する。すべての物理量をセル要素中心に保持し、方程式は各セルに対して積分形であらわされる。式(1)〜(3)を一般的なスカラー値 ϕ の輸送拡散方程式の積分形で表現し離散化すると

$$\left(\frac{(\rho_i \phi_i)^{n+1} - (\rho_i \phi_i)^n}{\Delta t}\right) \Delta V_i + \sum_f J_f \phi_f A_f = \sum_f D_f A_f + \left(S_\phi \Delta V\right)_i \tag{5}$$

ここでJ_fは界面fでの質量流束$J_f \equiv \rho\left(\vec{V} \cdot \hat{e}_{\mathrm{n}}\right)$、$D_f$は界面fでの拡散流束$D_f \equiv \left(\Gamma \nabla \phi\right) \cdot \hat{e}_n$である。対流項を評価する場合は、質量流束$J_f$は既知であるとして離散化する。界面でのスカラー値$\phi_f$は数値流束の正負によって風上化される。

$$\phi_f = \phi_{upwind} \tag{6}$$

このような離散化をすることで、セルiと隣接するセルからなる線形方程式がセル数に応じて得られる。

$$a_i \, \phi_i = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \tag{7}$$

これを BiCGStab 法などの線形ソルバーを用いて解き、新しい値ϕをアップデートする。

基本的には、乱流を$\mathrm{k} - \epsilon$モデルで解く場合や、化学反応解析で各化学種成分の移流拡散を解く場合も上記と同様に追加の方程式を離散化し、すべての方程式が収束するまで外部反復を繰り返し、収束すれば次の時間ステップへ移行する。VOF 解析の場合は、界面を精度よく解く必要があるため対流項は陽的に処理する。式(4)の対流項は CICSAM 法[2]を用いて評価し、常に CFL 数が 0.3 以下になるよう自動で時間刻みを細分化する処理をとるが、生成項を陰的に扱う場合もあることから全体外部反復の中に組み込まれ他の方程式と同様に解を収束させる。ただし、速度と圧力、密度のカップリングは、運動量方程式と質量保存式を通じて特別な処理が必要である。本章ではまず非圧縮解法で利用されている SIMPLE 解法について説明する。また以後の議論を簡単化するため非粘性流に限定する。

非圧縮解析では、式(1)の質量保存式は速度の発散項となる。

$$\nabla \cdot \vec{V} = \dot{M}_{liq} \left(\frac{1}{\rho_{liq}} - \frac{1}{\rho_{gas}}\right) \tag{8}$$

ここで相変化項が右辺に現れるが、以後の議論では相変化を 0 として扱う。質量流束Jを用いた離散化式で表すと

$$\sum_f J_f \cdot A_f = 0 \tag{9}$$

SIMPLE 法では式(2)の運動方程式を陰的に解き、仮の速度$\vec{V}^*$を求める。このとき運動方程式のx方向の流束は非粘性を仮定すると以下のように離散できる。

$$(Ju + p n_x)_f = J_f u_{upwind} + \frac{(p_L + p_R)}{2} n_x \tag{10}$$

ここで下添え字のLとRは当該界面の左と右を意味する。界面でのuは質量流束J_fの値に依存して風上化されるが、圧力項は平均をとる。

質量流束J_fは左右の仮速度$\vec{V}^*$の平均で与えられるが、このままでは圧力の checkerboard 振動が生じることから、Rhie -Chow[6]によって提案された手法を採用している。

$$J_f = \rho_f \hat{e}_n \cdot \left(\frac{\vec{V}_L^* + \vec{V}_R^*}{2}\right) - \frac{\rho_f \overline{\Delta V}}{\bar{a}} \times \left(\frac{p_R - p_L}{ds} - \overline{\nabla p_f} \cdot \hat{e}_s\right) \frac{1}{\hat{e}_n \cdot \hat{e}_s} \tag{11}$$

ここで$\bar{a}$は運動方程式を線形化したときの対角項の係数aの左右のセル平均、$\overline{\nabla p_f}$は圧力勾配の左右のセル平均、$\overline{\Delta \mathcal{V}}$はコントロールボリュームの左右のセル平均である。

式(2)の運動方程式を解いて得た仮速度を用いて構築した質量流束J_f^*はこのままでは質量保存則を満たさないため、質量流束の補正$J_f^{'}$ を導入し式(9)の質量保存式を満たすこととする。

$$\sum_f \left(J_f^* + J_f^{'}\right) \cdot A_f = 0 \tag{12}$$

ここで質量流束補正は圧力補正$p^{'}$ を用いて

$$J_f' = -\frac{\rho_f \overline{\Delta V}}{\bar{a}} \left(\frac{p_R' - p_L'}{ds}\right) \frac{1}{\hat{e}_n \cdot \hat{e}_s} \tag{13}$$

となり、これらを式(9)に代入すると圧力補正$p^{'}$に関する線形方程式が得られる。

$$a_i p_i^{'} + \sum_{nb} a_{nb} p_{nb}^{'} = -\sum_f J_f^* \tag{14}$$

式(14)の方程式系は、非圧縮流の圧力方程式が双曲型のポアソン方程式であることを反映して対称行列となる。AFFr では前処理に不完全コレスキー分解法もしくは代数マルチグリッド法を用いた共役勾配法で解く。得られた圧力補正値を用いて質量流束と速度を補正する。SIMPLE 法ではこの圧力補正の手順を含め、他のスカラー同様に全体が収束するまで外部反復を繰り返す。

4. 自由界面での力学的境界条件と Ghost Fluid 法

4.1. 表面張力、重力が存在する場合の質量流束の補正

ここでも前章同様、非粘性流に限定する。実際粘性流の離散化について注意する点は、（非構造格子 3 次元でのコーディングの複雑さは別として）本章での議論が述べていることと同等である。

界面法線方向の力学的境界条件は

$$p_1 - p_2 - \sigma\kappa = 0 \tag{15}$$

VOF 解析における表面張力の扱いは、精度・安定性の面からさまざまに研究されてきた。古くから利用されてきた手法が BrackBill らによって提唱された CSF 法である[7]。CSF 法では気液を区別する指標(VOF 値、レベルセット関数など)を用いて指標の勾配を計算し界面法線ベクトル$\vec{n}_s$、界面曲率κを求める。表面張力F_{surf}は物性値として与えられた表面張力係数σと曲率κを用いて以下のようにあらわす。

$$\vec{F}_{surf} = \sigma\kappa\vec{n}_s \tag{16}$$

CSF モデルでは式(16)で与えられた表面張力を界面近傍のセルの運動方程式へ密度に比例した形式で与える。

$$\vec{F}_{CSF} = \sigma\kappa\vec{n}_s \frac{\rho_i}{\bar{\rho}} \tag{17}$$

ここで$\bar{\rho}$は自由界面両隣の相の密度平均である。これは同じ力が働いても密度の小さい気体と大きな液体が同じ速度で移動することを反映させているが、結局は数値不安定性を緩和する処置である。従って、式(15)で与えられた表面張力を適切に扱えるかどうかに帰着する。

ここからは議論を簡単化するため 1 次元構造格子系を仮定する。3 次元への拡張は（実際のコーディングの複雑さは別として）自明である。1 次元の場合は自由表面位置を VOF 値 0 と 1 の切り替わる 1 次元上の位置と定義しなおす。レベルセット関数ϕを用いると、$\phi = 0$の位置に自由界面が存在する。レベルセット関数は符号付距離関数であるので、$\phi < 0$の領域と、界面を挟んで反対側の領域は$\phi > 0$の領域で構成される。式(16)で表現される表面力が働くことは物理的には圧力のジャンプが存在することになり以下のように表現する。

$$[p]_I = \sigma\,\kappa \tag{18}$$

ここで左辺下添え字 I は界面を示す。ここで[·]は

$$[p]_I = p^+(x_I) - p^-(x_I) \tag{19}$$

であり、上添え字の”±"は界面を挟んで$\phi > 0$領域の値か、$\phi < 0$領域の値かを示す。

同様に重力が作用している場合の静止流体を仮定する。この場合は圧力勾配と重力が釣り合って静止していることから界面において以下のジャンプが存在する。

$$[p_x]_I = (\rho^+ - \rho^-)g \quad (20)$$

ここでp_xは圧力 p の x 方向微分で

$$[p_x]_I = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^+\Bigg|_{x=x_I} - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^-\Bigg|_{x=x_I} \quad (21)$$

である。

自由界面がセルjとj+1の間に位置するとき、

$$\theta = \frac{|\phi_j|}{|\phi_j| + |\phi_{j+1}|} \quad (22)$$

を用いると、自由表面はセル間隔Δxを、$\theta\Delta x$と$(1-\theta)\Delta x$に分割していることになる。自由界面での圧力p_Iは以下のようにあらわされる。

$$p_I = p_{j+1}\theta + p_j(1-\theta) \\ -(\rho^p - \rho^-)g\theta(1-\theta)\Delta x \quad (23)$$

式(11)に反映させると、自由界面でのジャンプを考慮した質量流束の離散化は以下のようになる。

$$J_f = \rho_f \hat{e}_n \cdot \left(\frac{\vec{V}_j^* + \vec{V}_{j+1}^*}{2}\right) - \frac{\rho_f \overline{\Delta V}}{\bar{a}} \times \\ \left(\frac{p_j - p_{j+1} - \sigma\kappa}{\Delta x} - (\rho^+ - \rho^-)g \right. \quad (24) \\ \left. - \overline{\nabla p_f} \cdot \hat{e}_s\right) \frac{1}{\hat{e}_n \cdot \hat{e}_s}$$

SIMPLE 法では、質量流束を式(24)に従って変更すれば、通常と同様の手順で圧力補正のポアソン方程式を解き、質量流束の補正、速度の補正、圧力の補正を経て収束させ、次の時間ステップへ移ることになる。

5. VOF 計算結果

5.1. 1 次元問題

x方向の 1 次元問題で検証を行った。管長は 10m で 100 分割とした。気相$\rho_g = 1$の一様な流速場1を用意し、入口から液相$\rho_l = 10$を流入させる。出口境界のゲージ圧力を 0 に固定し、非粘性流れ場とする。重力は x の負の方向に大きさ g=1、表面張力は$\sigma\kappa = 10$の固定値とした。

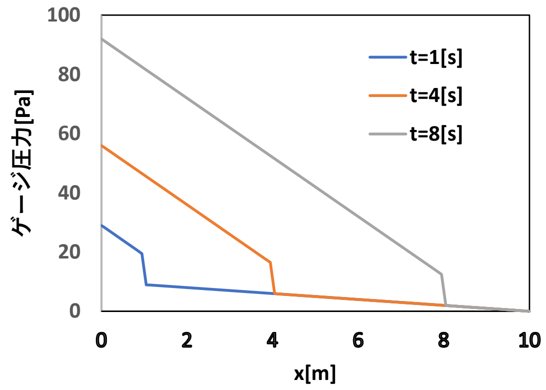

図 1 VOF 解析の圧力分布の時間発展

図 1 に時間 1,4,8[s]の圧力分布を示す。圧力は界面位置を基準に重力と釣り合う勾配を保ちながら移流していることが分かる。また界面近傍の圧力分布をみると、数値振動を起こさずに表面張力分だけずれており、格子 1 メッシュのサイズで捉えていることが分かる。

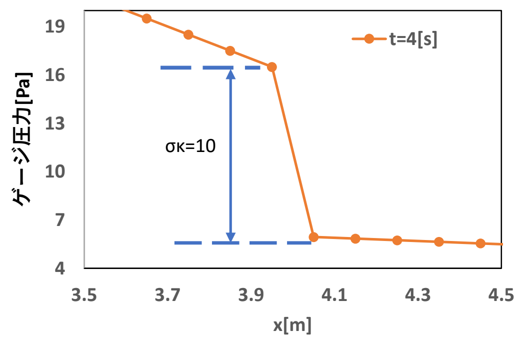

図 2 t=4[s]の界面近傍の圧力分布

5.2. 2 次元問題

実用的な解析例として、水放流解析を実施した。解析領域は、図の通りで縦 0.5m 横 0.3m の長方形の 2 つの区画が 0.075m の幅を持つ流路でお互いつながっている。メッシュサイズは 2.5mm の正方形で作成している。初期に相対的に高位に位置する区画に水を満たしておき、下位区画へ水を放出し定常になるまで解析を実施した。物性は水と空気を利用した。

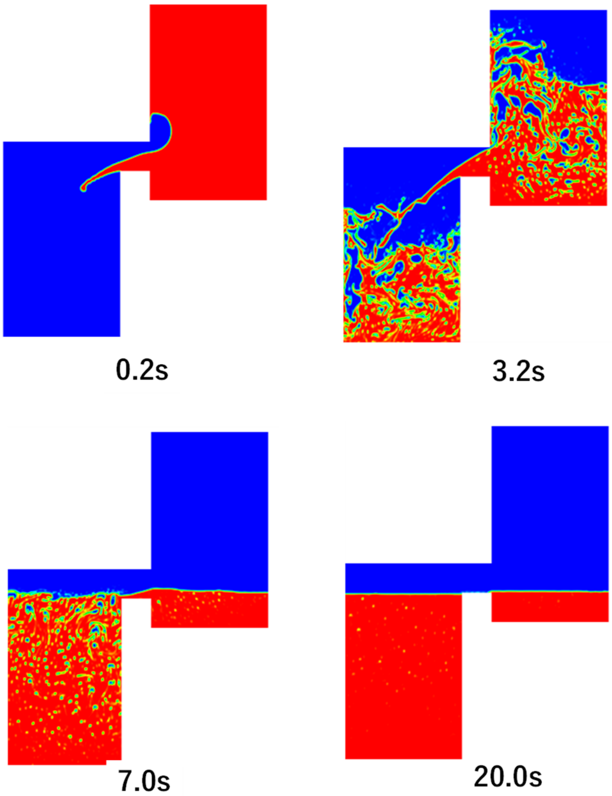

図 3 AFFr による 2 次元タンク放水解析

図 3 に各時刻の体積分率を示す。7 秒を過ぎたところで左の区画内には多くの気泡が巻き込まれて存在していることが分かる。約 10 秒かけて気泡が離脱し、ほぼ定常となった 20 秒界面位置は流路高さと一致する。このことから液体積は高い精度で保存していることが分かる。途中の巻き込まれた気泡を拡大表示すると、数セルのメッシュで気泡を表していることが分かる。

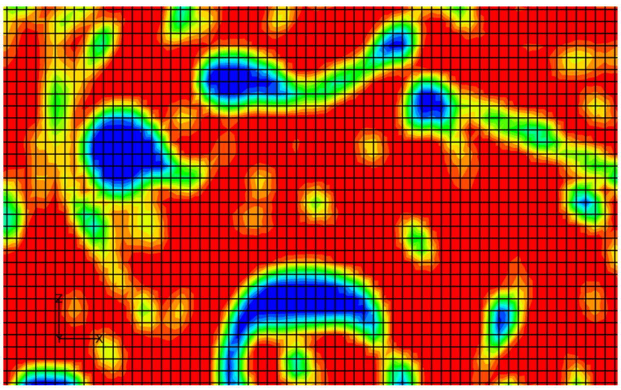

図 4　巻き込まれた気泡とメッシュの比較

このように比較的少ない解像度で小さな気泡を安定に計算しつつ、体積保存を精度よく保ちながら解くことが可能である。

6. 衝撃波問題

SIMPLE 法は非圧縮流体を対象に発展してきた手法であるが、圧縮性流体にも適用可能である。支配方程式は非圧縮流と変わらず、式(1)(2)(3)であるが、非圧縮仮定は課さないので式(1)の質量保存式中の密度は状態方程式を用いて圧力に置き換えて解く。密度補正を

$$\rho' = \frac{p'}{c^2} \qquad (25)$$

と音速cを用いて表せば、圧力補正値のポアソン方程式から式(14)と同様の線形方程式が得られる。これが通常の SIMPLE 法の圧縮性拡張法であり、圧縮性のポアソン方程式は BiCGStab 法を用いて解くことができる。

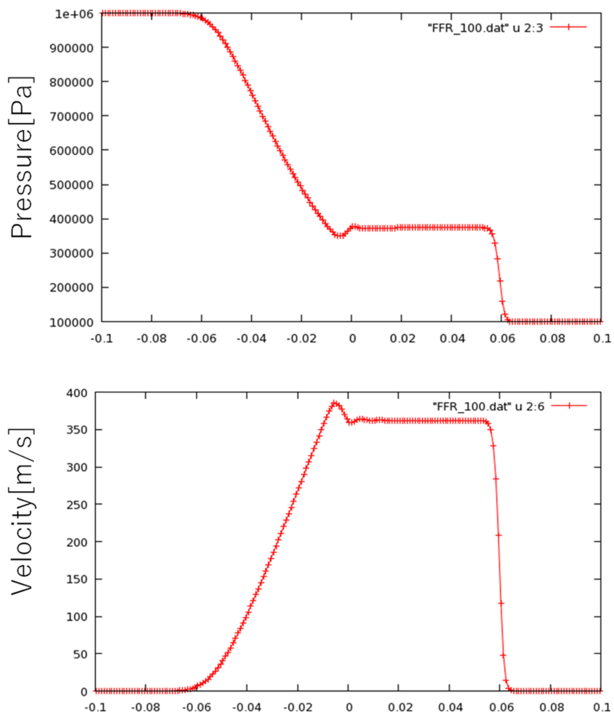

図 4　AFFr SIMPLE 法による衝撃波解析　上:圧力、下：速度

圧縮性流体の特徴が最も現れる衝撃波の問題にこの単純な圧縮性 SIMPLE 法を適用してみる。左領域に P=1E6[Pa],T=800[K]、右領域に P=1E5[Pa],T=100[K]を配置した 1 次元衝撃波問題を解く。空間離散化は 2 次風上+Slope limiter を利用した。

図 5 から、膨張波の尾根部分でオーバーシュート、アンダーシュートがみられる。汎用ソフトごとに結果は微妙に異なるが、SIMPLE 法の単純圧縮性拡張では、ほぼ同様な振る舞いを示すことが知られている。一方で密度ベース解法ではこの種の問題を回避するため、Riemann 流束を用いたさまざまな風上化手法が開発され発展し成功を収めている[8]。

本稿の以下では圧力ベース解法における衝撃波捕獲の問題も、流束の見直しで密度ベース解法と同等の結果を得ることができることを示す。

6.1. Roe スキーム

従来の SIMPLE 法では基本変数ρ、u、hについて高次精度風上化する。しかし圧縮性の影響の大きい衝撃波の場合これは十分ではない。代わりに流れの特性波の伝搬する方向を考慮した取り扱いが重要になる。Flux Difference Splitting 法の表記法では

$$E_f = \frac{1}{2}[E_R + E_L - |A|(Q_R - Q_L)] \tag{26}$$

ここでEは、質量、運動量、エネルギーの非粘性流束、Qは保存量であり

$$E = \begin{bmatrix} J \\ Ju + pn_x \\ JH \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho E \end{bmatrix} \tag{27}$$

Aはヤコビアン行列$\frac{\partial E}{\partial Q}$である。

AFFr で採用している基本変数での表現しなおすためベクトル$W \equiv [\rho, u, p]^T$と変数変換のヤコビアン$T \equiv \frac{\partial Q}{\partial W}$を導入すると式(26)は

$$E_f = \frac{1}{2}[E_R + E_L - |A|T^{-1}(W_R - W_L)] \tag{28}$$

式(29)のようなAの固有値対角化行Λを用いて$A = S\Lambda S^{-1}$と分解する。

$$\Lambda = \begin{bmatrix} u-c & & \\ & u & \\ & & u+c \end{bmatrix} \tag{29}$$

行列$|A|$は以下のように分解できる。

$$|A| = S|\Lambda|S^{-1} \tag{30}$$

ここで

$$|\Lambda| = \begin{bmatrix} |u-c| & & \\ & |u| & \\ & & |u+c| \end{bmatrix} \tag{31}$$

Roe の近似 Riemann 流束法に従って$|A|$の各要素を算出する[9]。

これらの特徴量で表した流束を、非圧縮流での流束表現(式(10)(11)) と同様に表すことができ[10]、質量流束は

$$\begin{aligned} J_f = {} & \rho_{upwind}\left(\frac{\vec{V}_L + \vec{V}_R}{2}\right)\cdot \hat{e}_n \\ & -\frac{1}{2}\Big[\rho\left(\vec{V_R} - \vec{V_L}\right)\cdot M^* \\ & +\frac{(p_R - p_L)}{c^2}\cdot \hat{e}_n(c^* - |u|)\Big] \end{aligned} \tag{32}$$

x方向運動量流束は

$$\begin{aligned} (Ju + pn_x)_f = {} & J_f u_{upwind} + \frac{(p_L + p_R)}{2} n_x \\ & -\frac{n_x}{2}\Big[(p_R - p_L)M^* \\ & +\rho\left(\vec{V_R} - \vec{V_L}\right)\cdot \hat{e}_n(c^* - |u|)\Big] \end{aligned} \tag{33}$$

ここでc^*とM^*は

$$c^* = \frac{|u+c| + |u-c|}{2}, \quad M^* = \frac{|u+c| - |u-c|}{2c} \tag{34}$$

亜音速ではc^*とM^*は音速cとマッハ数Mにそれぞれ等しくなる。一方超音速では$c^* = |u|$と$M^* = 1$となる。したがって質量流束の式(32)の中括弧の中の第 2 項は亜音速では Checker-Board 振動を防ぐ圧力分散項の役割を果たす。亜音速ではこの項は消える一方で、中括弧の中の第一項により速度が風上化される。運動量流束の式(33)では、中括弧の中の第一項により超音速流では圧力が風上化される。

数値流束を式(32)(33)のように表現することで非圧縮の SIMPLE 法と同様に圧力ベース解法として解くことが容易になる。前の反復過程で得られた数値流束と圧力を利用して運動方程式を解き仮の速度を得たのち、質量流束を算出し圧力補正の線型方程式を解くことになる。

6.2. 高次精度化と圧力補正を含む外部反復

6.1 章において数値流束を特徴量に基づいて風上化し、非圧縮解法と比較しやすいように基本変数で表現した。この流束を空間高次精度化するときには MUSCL 法でセル境界の左右の物理量を内挿することにした。内挿に用いる物理量は、保存料Qや基本変数Wを用いることもできるが特性変数について内挿することとした。制限関数は minmod 関数を用いた。このようにして内挿したセル界面の左右の保存量Q_L,Q_Rを用いて Roe 平均で数値流束を算出する。一方で AFFr での反復解法の未知数はu、T、P、ρであり、これらを線形化して陰解法で解くときの係数行列は 1 次風上で式(33)を離散化したときの値を利用することにした。結果として収束すれば係数行列の次数は影響しない。

質量流束補正J′ は式(25)の圧力補正の関係式を使うと

$$J_f' = -\frac{J^*}{c^2}p_{up}' - \frac{1}{2}\frac{\left(p_{j+1}' - p_j'\right)}{c^2}(c^* - |u|) \qquad (35)$$

これから式(14)のように圧力補正について線形化方程式を解き、得られた補正値から速度、密度、質量流束を補正する。

6.3. 1 次元 Sod 問題

6.2 章で述べた手法を AFFr に実装し 1 次元 Sod 問題を解いた。左領域に P=1,T=1, ρ=1、右領域に P=0.1,T=0.8, ρ=0.125 を配置する Sod 問題を解く。100m の管を 100 分割している。空間精度は 2 次精度風上＋minmod limiter である。図 5 に、時間刻み 0.1[s]で 200step 計算したときの解析解との比較を示す。密度、圧力、速度、温度とも従来の SIMPLE 法よりも精度よく解けている。

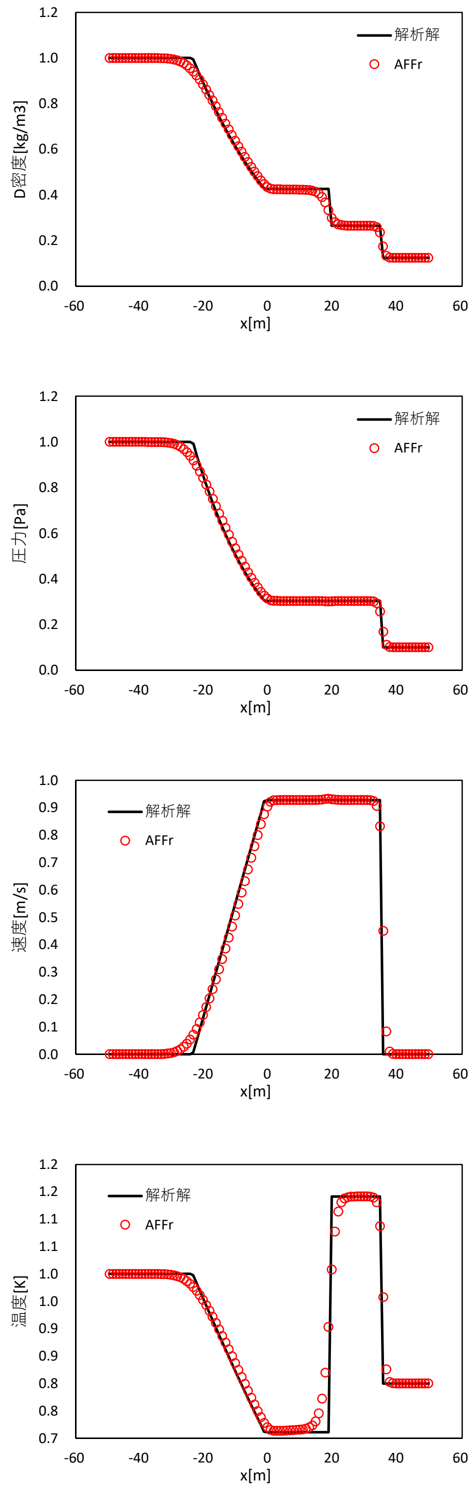

図 5　AFFr による 1 次元衝撃波管解析

7. まとめ

数値流束を適切に処理することによってさまざまな不連続性を適切に捉えることができることを紹介した。気液界面が存在するときの表面張力や重力は従来から安定に解析することが難しい物理現象であった。圧力の不連続を適切に考慮して数値流束を離散化することで安定に解ける

ことを示した。また圧力ベース解法であっても特徴量を考慮した風上化を用いることで、従来のSIMPLE 法が不得意であった衝撃波問題についても密度ベース解法と同等の結果を示した。衝撃波問題でも明らかなように、みたい現象に対して十分時間刻みを小さくとれば、陽解法でも陰解法でも結果に与える影響はわずかである。また問題ごとにその本質を押さえて離散化すれば、密度ベースでないと解けない、圧力ベースでないと解けない、という二元論的な議論は無意味であると考える。特徴量に基づいた数値流束による圧力ベース解法のアイデア自体は 1995 年ごろ“圧力ベース解法における全速度解析法”といった内容で活発に議論されている。また密度ベース解法を用いた手法も同じく 1990 年以降、低マッハ数速度への対応を目指して圧力の取り扱いに重点をおいた手法が活発に研究されている。筆者の想像であるが、おそらく互いのコミュニティーが切磋琢磨しながら研究を推進していったのではないか。

今後は、SIMPLE 法が得意とする非圧縮の自由表面での高精度化をさらに進めつつ、特徴量に基づいた数値流束を用いた圧力解法の 3 次元化を進め、さらに AFFr を発展させていく。

記号

A:面積

n_x:セル界面法線方向 x 成分

$\Delta\mathcal{V}$:コントロールボリューム

$\mathrm{e_n}$:界面法線ベクトル

$\mathrm{e_s}$:セル中心を結ぶラインに沿った単位ベクトル

ds:セル間距離

参考文献

[1] C.W. Hirt and B.D. Nichols. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. J. Comput. Phys.,39:201-225,1981

[2] O. Ubbink. Numerical Prediction of Two Fluids Systems with Sharp Interfaces. PhD thesis, Imperial College of Science Technology and Medicine, London, England, 1997

[3] Fedkiw, R., Aslam, T., and Xu,S., The Ghost Fluid Method for Deflagration and Detonation discontinuities, J. Computat. Physics 154,n.2,393-427(1999)

[4] Fedkiw, R., and Liu, X-D., The Ghost Fluid Method for Viscous Flows, Progress in Numerical Solutions of Partial Differential Equations, Arcachon,France, edited by M.Hafez, July 1998

[5] X-D.　Liu, R. P. Fedkiw and M. Kang A Boundary Condition Capturing Method for Poisson’s Equation on Irregular Domains

[6] Rhie,C and Chow,W., “Numerical Study of the Turbulent Flow Past and Airfoil with Trailing Edge Separation.” AIAA Journal,Vol.21,No.11,November 1983,pp.1523-1532

[7] Brackbill J.U.,Kothe,D.B. and Zemach, C., A Continuum Method for Modeling Surface Tension, J. Comput.Phys.,vol. 100, 335-354 (1992)

[8] 嶋英志　簡単な圧縮性 CFD スキームの話 ながれ 34(2015)67-79

[9] Roe,P.L.,”Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes” J.Comp.Phys.,Vol.43,1982,pp.357-372

[10] S.R.Mathur J.Y.Murthy “All Speed Flows on Unstructured Meshes Using a Pressure Correction Approach” AIAA-99-3365